

Descubriendo el Azar: Juegos Justos y Probabilidades en Acción

Matemáticas | Estadística y Probabilidad | Aprendizaje Basado en Indagación

Descripción

Este plan de clase tiene como propósito que los estudiantes de secundaria comprendan y apliquen conceptos fundamentales de la probabilidad, enfocándose en eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes. A través de un enfoque activo y exploratorio basado en la metodología de Aprendizaje Basado en Indagación, los alumnos investigarán cómo calcular probabilidades utilizando reglas de suma y producto, y analizarán qué hace que un juego de azar sea justo. Este aprendizaje no solo fortalece su pensamiento lógico y matemático, sino que también los conecta con situaciones cotidianas como juegos, decisiones y predicciones, permitiéndoles interpretar fenómenos aleatorios en su entorno. El plan busca desarrollar competencias para resolver problemas reales, formular preguntas, argumentar con base en datos y aplicar el conocimiento matemático con sentido crítico y creativo.

Objetivos de Aprendizaje

- Analizar las características de eventos complementarios y mutuamente excluyentes a través de problemas prácticos.
- Resolver problemas que impliquen calcular la probabilidad de ocurrencia de dos eventos mutuamente excluyentes y de eventos complementarios utilizando la regla de la suma.
- Resolver problemas que impliquen calcular la probabilidad de ocurrencia de dos eventos independientes aplicando la regla del producto.
- Indagar las condiciones necesarias para que un juego de azar sea justo, considerando la noción de resultados equiprobables y no equiprobables.

Recursos Necesarios

- Cartulinas y marcadores para elaboración de gráficos y mapas conceptuales (5 sets, uno por grupo de 4 estudiantes)
- Fichas o cartas numeradas (1-10) para actividades prácticas de azar (suficientes para grupos de 4 estudiantes)
- Dado clásico de seis caras para cada grupo
- Computadora con proyector para mostrar videos y simuladores interactivos de probabilidad
- Acceso a simulador digital de probabilidad (recomendado: PhET Simulaciones - Probabilidad)
- Hojas de trabajo impresas con problemas guiados y espacios para registros de resultados
- Calculadoras básicas para cada estudiante

- Cuadernos y lápices para anotaciones individuales

Requisitos Previos

- Conocimiento básico de fracciones y operaciones con ellas.
- Experiencia previa con conceptos elementales de probabilidad: frecuencia y posibles resultados.
- Habilidad para trabajar en equipo y comunicar ideas matemáticas oralmente y por escrito.
- Familiaridad con el uso básico de calculadora y lectura de tablas o gráficos sencillos.

Actividades

Sesión 1: Introducción al Azar y Eventos Complementarios

Fase de Inicio

Tiempo estimado: 10 minutos

Propósito de la sesión:

Comprender qué es el azar y qué son eventos complementarios, para empezar a explorar cómo se relacionan con la probabilidad.

Activación de conocimientos previos:

- **Docente:** Muestra un dado y pregunta: "¿Cuáles son las probabilidades de que al lanzar este dado salga un número par?"
- **Estudiantes:** Formulan respuestas y explican su razonamiento.

Motivación y enganche:

- **Docente:** Presenta un dato curioso: "¿Sabían que los casinos diseñan juegos con ciertas probabilidades para garantizar ganancias? Hoy empezaremos a descubrir por qué".
- **Estudiantes:** Escuchan atentos y expresan expectativas sobre el tema.

Contextualización:

- **Docente:** Explica cómo la probabilidad ayuda en juegos, decisiones y predicciones en la vida diaria, desde deportes hasta sorteos.
- **Estudiantes:** Reflexionan y comparten ejemplos personales.

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado: 45 minutos

Presentación del contenido:

Mediante preguntas y experimentos con dados, los estudiantes descubrirán qué son eventos complementarios y cómo calcular la probabilidad total de un evento y su complemento.

Actividades de aprendizaje activo:

• Actividad 1: Lanzamiento de dados y eventos complementarios

Objetivo: Analizar eventos complementarios y calcular sus probabilidades.

Instrucciones:

- En grupos de 4, lanzan un dado 30 veces y anotan cuántas veces sale un número par (evento A) y cuántas veces no (evento complemento A').
- Calculan la frecuencia relativa de cada evento y verifican que la suma sea 1.
- Discuten por qué A y A' son eventos complementarios.

Organización: Grupos de 4

Producto: Tabla de frecuencias y explicación escrita en hoja de trabajo

Tiempo: 25 minutos

Rol docente: Observa, formula preguntas como: "¿Qué pasa si contamos A y A'? ¿Se puede obtener un resultado fuera de 1? ¿Por qué?" y apoya a quienes tengan dudas.

• Actividad 2: Mini debate sobre eventos complementarios en la vida real

Objetivo: Relacionar eventos complementarios con situaciones cotidianas.

Instrucciones:

- Cada grupo elige un escenario (ejemplo: clima, resultados deportivos, exámenes) y plantea dos eventos complementarios.
- Preparan argumentos para explicar su elección y presentan brevemente a la clase.

Organización: Grupos de 4

Producto: Explicación oral y gráfica en cartulina

Tiempo: 20 minutos

Rol docente: Motiva la participación, guía con preguntas: "¿Qué hace que estos eventos sean complementarios? ¿Pueden ocurrir al mismo tiempo?" y brinda retroalimentación.

Diferenciación:

- Para estudiantes avanzados: Reto de calcular probabilidades teóricas y compararlas con los resultados experimentales.
- Para estudiantes que requieren apoyo: Uso de ejemplos visuales y ayuda en la organización de datos.

Transición:

El docente conecta la comprensión de eventos complementarios con el siguiente tema: "Ahora que entendemos estos eventos, vamos a explorar otros tipos que también son importantes para calcular probabilidades de manera precisa".

Fase de Cierre

Tiempo estimado: 5 minutos

Síntesis:

- Se realiza un “ticket de salida” donde cada estudiante escribe en una tarjeta: una cosa que aprendió sobre eventos complementarios y una pregunta que tiene.

Reflexión metacognitiva:

- ¿Cómo me ayudó entender eventos complementarios a calcular probabilidades?
- ¿En qué situaciones puedo usar este conocimiento fuera de clase?
- ¿Qué dudas tengo para seguir aprendiendo?

Retroalimentación:

El docente lee algunos tickets y responde en voz alta, aclarando dudas comunes y reforzando conceptos.

Transferencia:

Se anticipa que en la siguiente sesión se trabajará con eventos mutuamente excluyentes, ampliando el conocimiento para resolver problemas más complejos.

Sesión 2: Explorando Eventos Mutuamente Excluyentes y la Regla de la Suma

Fase de Inicio

Tiempo estimado: 10 minutos

Propósito de la sesión:

Reconocer qué son eventos mutuamente excluyentes y aplicar la regla de la suma para calcular probabilidades.

Activación de conocimientos previos:

- **Docente:** Plantea la pregunta: “Si lanzo una moneda, ¿puede salir cara y cruz al mismo tiempo? ¿Por qué?”
- **Estudiantes:** Responden y discuten la exclusividad de eventos.

Motivación y enganche:

- **Docente:** Muestra un clip corto sobre juegos de azar donde se eligen cartas de distintos colores y pregunta: “¿Qué probabilidades hay de sacar una carta roja o negra?”
- **Estudiantes:** Se interesan y especulan sobre las probabilidades.

Contextualización:

- **Docente:** Explica que muchos juegos se basan en eventos que no pueden ocurrir juntos y conocer sus probabilidades ayuda a tomar mejores decisiones.
- **Estudiantes:** Relacionan con experiencias previas en juegos.

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado: 45 minutos

Presentación del contenido:

Los estudiantes investigan mediante experimentos y análisis cómo funciona la regla de la suma para eventos mutuamente excluyentes.

Actividades de aprendizaje activo:

- **Actividad 1: Juego de cartas para identificar eventos mutuamente excluyentes**

Objetivo: Identificar eventos mutuamente excluyentes y calcular su probabilidad con la regla de la suma.

Instrucciones:

- En grupos, usan un mazo modificado con 20 cartas: 10 rojas y 10 negras.
- Formulan preguntas: “¿Cuál es la probabilidad de sacar una carta roja o una carta negra?”
- Registran las frecuencias y calculan probabilidades sumando las de ambos eventos.
- Discuten por qué estos eventos no pueden ocurrir juntos y cómo esto simplifica el cálculo.

Organización: Grupos de 4

Producto: Tabla de resultados y argumento escrito

Tiempo: 25 minutos

Rol docente: Facilita la discusión, plantea preguntas como: “¿Qué pasaría si los eventos no fueran excluyentes? ¿Cómo cambiaría el cálculo?”

- **Actividad 2: Resolviendo problemas con regla de la suma**

Objetivo: Aplicar la regla de la suma en problemas prácticos.

Instrucciones:

- Individualmente, resuelven problemas guiados en hoja con situaciones reales (ejemplo: probabilidad de que un estudiante elija un lápiz azul o rojo).
- Comparan sus respuestas en parejas y discuten diferencias.

Organización: Individual y parejas

Producto: Cuaderno con ejercicios resueltos

Tiempo: 20 minutos

Rol docente: Revisa respuestas, aclara dudas y destaca estrategias correctas.

Diferenciación:

- Para estudiantes avanzados: Crear problemas propios que involucren más de dos eventos mutuamente excluyentes.
- Para quienes necesitan apoyo: Uso de material visual y ejemplos concretos para entender exclusividad.

Transición:

El docente concluye que la regla de la suma es útil para eventos exclusivos, pero que hay otros tipos de eventos que requieren otra regla: “En la próxima sesión exploraremos los eventos independientes y cómo calcular sus probabilidades”.

Fase de Cierre

Tiempo estimado: 5 minutos

Síntesis:

- Mapa mental colectivo en la pizarra con conceptos clave: eventos mutuamente excluyentes y regla de la suma.

Reflexión metacognitiva:

- ¿Qué distingue a eventos mutuamente excluyentes de otros eventos?
- ¿Cómo me ayuda la regla de la suma a calcular probabilidades más rápido?
- ¿Dónde puedo ver eventos mutuamente excluyentes en la vida real?

Retroalimentación:

El docente comenta los aportes al mapa y corrige ideas erróneas de forma constructiva.

Transferencia:

Presenta la próxima sesión como una oportunidad para aprender sobre eventos independientes y la regla del producto.

Sesión 3: Comprendiendo Eventos Independientes y la Regla del Producto

Fase de Inicio

Tiempo estimado: 10 minutos

Propósito de la sesión:

Explorar qué significa que dos eventos sean independientes y aprender a calcular su probabilidad conjunta con la regla del producto.

Activación de conocimientos previos:

- **Docente:** Pregunta: “Si lanzo un dado y una moneda, ¿el resultado de uno afecta al otro? ¿Por qué?”
- **Estudiantes:** Discuten y dan opiniones.

Motivación y enganche:

- **Docente:** Presenta un simulador digital donde se lanzan dados y monedas juntos para observar probabilidades conjuntas.
- **Estudiantes:** Interactúan con el simulador y hacen predicciones.

Contextualización:

- **Docente:** Explica que muchos eventos en la vida no influyen unos en otros, y saber esto es clave para calcular probabilidades combinadas.
- **Estudiantes:** Relacionan con ejemplos personales.

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado: 45 minutos

Presentación del contenido:

Mediante experimentos y problemas guiados, los estudiantes investigan la regla del producto para eventos independientes.

Actividades de aprendizaje activo:

- **Actividad 1: Experimentos con dado y moneda**

Objetivo: Identificar eventos independientes y calcular probabilidades conjuntas.

Instrucciones:

- En grupos, lanzan un dado y una moneda simultáneamente 40 veces.
- Registran resultados de eventos como “sacar un 6 y cara”.
- Calculan probabilidades individuales y conjuntas y comparan con la multiplicación de probabilidades individuales.

Organización: Grupos de 4

Producto: Tabla de resultados y análisis escrito

Tiempo: 25 minutos

Rol docente: Formula preguntas guía: “¿Se cumple que $P(A \text{ y } B) = P(A) \times P(B)$? ¿Qué significa eso?” y apoya en cálculos.

- **Actividad 2: Resolución de problemas con regla del producto**

Objetivo: Aplicar la regla del producto en problemas variados.

Instrucciones:

- Individualmente resuelven problemas sobre eventos independientes (ejemplo: probabilidad de sacar un número par en un dado y cruz en una moneda).
- Discuten respuestas en plenaria para compartir estrategias.

Organización: Individual y plenaria

Producto: Ejercicios resueltos y discusión

Tiempo: 20 minutos

Rol docente: Corrige, aclara dudas y destaca enfoques correctos.

Diferenciación:

- Avanzados: Crear problemas con tres eventos independientes y calcular probabilidades conjuntas.
- Apoyo: Uso de diagramas de árbol para visualizar la multiplicación de probabilidades.

Transición:

El docente introduce la siguiente sesión: “Ahora que sabemos calcular probabilidades para diferentes tipos de eventos, vamos a investigar qué hace justo a un juego de azar”.

Fase de Cierre

Tiempo estimado: 5 minutos

Síntesis:

- Resumen grupal en la pizarra con ejemplos de eventos independientes y la regla del producto.

Reflexión metacognitiva:

- ¿Qué aprendí sobre la independencia de eventos?
- ¿Cómo puedo aplicar la regla del producto en otros contextos?
- ¿Qué dudas tengo para seguir explorando?

Retroalimentación:

Docente comenta las respuestas y corrige errores comunes.

Transferencia:

Presenta la siguiente sesión como un análisis de juegos y condiciones de justicia basadas en probabilidades.

Sesión 4: Investigando Juegos Justos y Resultados Equiprobables

Fase de Inicio

Tiempo estimado: 10 minutos

Propósito de la sesión:

Analizar qué hace que un juego de azar sea justo, revisando los conceptos de resultados equiprobables y no equiprobables.

Activación de conocimientos previos:

- **Docente:** Plantea la pregunta: “¿Qué significa que un juego sea justo? ¿Se les ocurre algún ejemplo?”
- **Estudiantes:** Comparten ideas y ejemplos.

Motivación y enganche:

- **Docente:** Muestra ejemplos reales y ficticios de juegos con diferentes probabilidades y pregunta: “¿Cuál preferirían jugar y por qué?”
- **Estudiantes:** Debaten sus preferencias y razones.

Contextualización:

- **Docente:** Explica que entender la justicia en juegos es importante para tomar decisiones informadas y evitar pérdidas injustas.
- **Estudiantes:** Relacionan con experiencias personales en juegos o sorteos.

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado: 45 minutos

Presentación del contenido:

Mediante experimentos con dados y fichas, los estudiantes investigan condiciones de justicia basadas en resultados equiprobables.

Actividades de aprendizaje activo:

- **Actividad 1: Juego justo con dado y fichas**

Objetivo: Identificar si un juego es justo mediante la comparación de probabilidades.

Instrucciones:

- En grupos, diseñan un juego simple con fichas numeradas y un dado.
- Calculan probabilidades de ganar para cada jugador.
- Analizan si las probabilidades son iguales (equiprobables) y si el juego es justo.

Organización: Grupos de 4

Producto: Diseño del juego, cálculos y conclusión escrita

Tiempo: 30 minutos

Rol docente: Facilita el diseño, plantea preguntas: “¿Qué pasa si un jugador tiene más posibilidades? ¿Cómo podrían cambiar las reglas para que sea justo?”

• Actividad 2: Debate sobre justicia en juegos

Objetivo: Reflexionar sobre la importancia de la justicia y la probabilidad en juegos.

Instrucciones:

- Cada grupo expone su juego y conclusión sobre justicia.
- Se abre debate con preguntas: “¿Es justo un juego con resultados no equiprobables? ¿Por qué?”

Organización: Plenaria

Producto: Argumentos orales y conclusiones

Tiempo: 15 minutos

Rol docente: Modera el debate, enfatiza ideas claves y corrige conceptos erróneos.

Diferenciación:

- Avanzados: Proponen modificaciones para equilibrar juegos no justos.
- Apoyo: Uso de ejemplos concretos y guías paso a paso en cálculos.

Transición:

El docente concluye que la comprensión de la justicia en juegos permitirá resolver problemas integradores en la última sesión.

Fase de Cierre

Tiempo estimado: 5 minutos

Síntesis:

- Resumen verbal y listado en la pizarra: condiciones para que un juego sea justo.

Reflexión metacognitiva:

- ¿Qué aprendí sobre juegos justos y resultados equiprobables?
- ¿Por qué es importante conocer la justicia en juegos?
- ¿Cómo puedo aplicar esto en otras áreas?

Retroalimentación:

Docente comenta aportes y refuerza conceptos esenciales.

Transferencia:

Se anticipa la sesión final como una oportunidad para integrar todos los conceptos en la resolución de problemas complejos.

Sesión 5: Integrando conceptos para resolver problemas complejos de probabilidad

Fase de Inicio

Tiempo estimado: 10 minutos

Propósito de la sesión:

Sintetizar conocimientos sobre eventos complementarios, mutuamente excluyentes, independientes y juegos justos para resolver problemas integradores.

Activación de conocimientos previos:

- **Docente:** Solicita a los estudiantes que mencionen los conceptos y reglas de probabilidad aprendidos.
- **Estudiantes:** Responden y hacen conexiones entre ellos.

Motivación y enganche:

- **Docente:** Presenta un reto: “¿Pueden diseñar un juego justo que combine eventos mutuamente excluyentes e independientes?”
- **Estudiantes:** Se animan y expresan ideas iniciales.

Contextualización:

- **Docente:** Explica que resolver problemas complejos refleja cómo usamos la probabilidad en situaciones reales.
- **Estudiantes:** Se motivan a aplicar todo lo aprendido.

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado: 45 minutos

Presentación del contenido:

Los estudiantes trabajan en problemas integradores y en el diseño de juegos, aplicando todas las reglas y conceptos.

Actividades de aprendizaje activo:

- **Actividad 1: Resolución de problemas integradores**

Objetivo: Aplicar todas las reglas de probabilidad para resolver problemas complejos.

Instrucciones:

- En parejas, resuelven problemas que incluyan eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes (problemas proporcionados en hoja de trabajo).
- Discuten estrategias y resultados.

Organización: Parejas

Producto: Problemas resueltos con justificación

Tiempo: 25 minutos

Rol docente: Revisa, pregunta sobre el razonamiento y sugiere correcciones.

• Actividad 2: Diseño final de juego justo

Objetivo: Crear un juego que integre conceptos y garantice justicia.

Instrucciones:

- En grupos, diseñan un juego que incluya eventos mutuamente excluyentes e independientes.
- Calculan probabilidades y explican por qué el juego es justo.
- Presentan su juego a la clase.

Organización: Grupos de 4

Producto: Diseño, cálculos y presentación oral

Tiempo: 20 minutos

Rol docente: Facilita, hace preguntas para profundizar y evalúa presentaciones.

Diferenciación:

- Avanzados: Incorporan tres o más eventos y diferentes tipos de probabilidades.
- Apoyo: Uso de guías paso a paso y apoyo para cálculos.

Fase de Cierre

Tiempo estimado: 5 minutos

Síntesis:

- Mapa mental colectivo con todos los conceptos y reglas aprendidas.

Reflexión metacognitiva:

- ¿Cómo usé las reglas de probabilidad para resolver problemas complejos?
- ¿Qué aprendí sobre la justicia en juegos de azar?
- ¿Cómo puedo aplicar este conocimiento en mi vida diaria?

Retroalimentación:

Docente hace comentarios finales, felicita esfuerzos y sugiere seguir explorando la probabilidad.

Transferencia:

Invita a los estudiantes a observar situaciones de azar en su entorno y a plantear problemas para resolver con sus familias o amigos.

Tarea o reto:

Diseñar en casa un juego de azar justo, explicando las probabilidades y reglas, para presentar en clase la próxima semana.

Evaluación

Tipo de evaluación:

- **Diagnóstica:** Inicio de la primera sesión, para conocer conocimientos previos sobre probabilidad.
- **Formativa:** Durante las sesiones, a partir de observación directa, revisión de tablas, discusiones, ejercicios resueltos y participación en actividades.
- **Sumativa:** En la última sesión, evaluación integradora a partir de problemas complejos y presentación del juego justo diseñado.

Criterios de evaluación:

- Analiza correctamente eventos complementarios y mutuamente excluyentes en problemas prácticos.
- Aplica adecuadamente la regla de la suma para calcular probabilidades de eventos mutuamente excluyentes y complementarios.
- Utiliza la regla del producto para calcular la probabilidad de eventos independientes con precisión.
- Demuestra comprensión sobre las condiciones que hacen justo un juego de azar basado en resultados equiprobables.
- Participa activamente en la formulación, discusión y resolución de problemas de probabilidad.

Instrumentos sugeridos:

- Lista de cotejo para observación de participación y aplicación de conceptos.
- Rúbrica para evaluar problemas resueltos y diseño de juego justo.
- Portafolio con evidencias de actividades y reflexiones.
- Autoevaluación y coevaluación durante debates y presentaciones.

Evidencias de aprendizaje:

- Tablas y cálculos de probabilidades de eventos complementarios y mutuamente excluyentes.
- Ejercicios resueltos aplicando reglas de suma y producto.
- Diseños escritos y presentaciones orales de juegos de azar justos con cálculos y argumentos.
- Respuestas en reflexiones metacognitivas y participación en debates.

Enriquecimientos

Inicio - Contextualizar

Contextualización para la fase de inicio

Imagina que estás jugando con tus amigos a lanzar una moneda para decidir quién empieza un juego, o que estás apostando con ellos en un juego de dados para ver quién gana un premio pequeño. ¿Alguna vez te has preguntado qué tan justo es ese juego? ¿O qué tan probable es que salga cara o cruz, o que saques un número determinado en un dado? Estas situaciones cotidianas, que muchos estudiantes como tú han vivido, son ejemplos perfectos para entender cómo funciona el azar y la probabilidad en la vida real.

Actualmente, la probabilidad está en muchas partes de nuestra vida diaria: desde los sorteos y rifas en eventos escolares, las predicciones del clima que consultamos en el celular, hasta las decisiones que toman los deportistas o los jugadores de videojuegos cuando enfrentan situaciones inciertas. Por ejemplo, ¿sabías que en un videojuego, las probabilidades de que te toque un objeto especial pueden estar diseñadas para hacer el juego más justo o más desafiante?

Esta semana, durante nuestras sesiones, exploraremos juntos cómo analizar y calcular esas probabilidades para que puedas descubrir por ti mismo cuándo un juego es justo y cómo se relacionan los diferentes eventos que pueden suceder. Prepárate para investigar, experimentar y resolver problemas que te ayudarán a entender mejor el mundo del azar y la probabilidad, ¡y a sorprenderte con lo que puedes aprender aplicando matemáticas a situaciones que te gustan y conoces!

Inicio - Activar

Actividad para Activar Conocimientos Previos: "Encuentra tu Par en Probabilidad"

Duración: 8 minutos

Objetivo de la actividad: Que los estudiantes recuperen y expresen lo que saben sobre eventos, probabilidad básica y relaciones entre eventos (complementarios, mutuamente excluyentes e independientes), sentando las bases para profundizar en los conceptos y problemas del plan de clase.

Materiales: Tarjetas con diferentes situaciones o ejemplos breves relacionados con eventos y probabilidad (véase descripción abajo).

Desarrollo de la actividad:

- **Paso 1 (2 minutos):** El docente reparte a cada estudiante una tarjeta con una breve situación o afirmación relacionada con eventos y probabilidad. Ejemplos de tarjetas:
 - "Lanzar un dado y que salga un número par."
 - "Sacar una carta roja de una baraja estándar."
 - "Elegir una fruta que no sea manzana."
 - "Lanzar una moneda y que salga cara."
 - "Lanzar dos monedas y que ambas salgan cara."
 - "Sacar una carta que sea un rey o una reina."
- **Paso 2 (4 minutos):** Los estudiantes deben encontrar a otro compañero cuya tarjeta tenga relación con la suya en términos de:
 - Eventos complementarios (por ejemplo, "salir cara" y "no salir cara").
 - Eventos mutuamente excluyentes (por ejemplo, "salir rey" y "salir reina" en la misma extracción).
 - Eventos independientes (por ejemplo, "lanzar una moneda y que salga cara" y "lanzar un dado y que salga 3").Cada pareja explica brevemente por qué consideran que sus eventos están relacionados de alguna de estas formas.

- **Paso 3 (2 minutos):** Algunas parejas comparten con el grupo su tipo de relación entre eventos y el docente refuerza los conceptos, guiando la conexión con los objetivos de aprendizaje que se trabajarán durante las sesiones.

Justificación pedagógica:

Esta actividad promueve la indagación y la conexión activa con conocimientos previos, fomentando la reflexión y el diálogo sobre conceptos clave de probabilidad. Además, prepara el terreno para analizar con mayor profundidad las propiedades de eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes, así como para explorar la noción de juegos justos basados en resultados equiprobables.

Inicio - Diagnostico

Evaluación Diagnóstica Inicial: Descubriendo el Azar

Duración: 5-10 minutos

Objetivo: Identificar los conocimientos previos de los estudiantes sobre conceptos básicos de probabilidad, eventos y juegos de azar, para orientar mejor el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Instrucciones para el docente

- Distribuye la evaluación al inicio de la primera sesión.
- Explica que no es una prueba calificada, sino una actividad para conocer lo que saben.
- Promueve que respondan con lo que recuerden y piensen, sin temor a equivocarse.
- Recoge y revisa las respuestas para ajustar la enseñanza según las necesidades detectadas.

Evaluación

Pregunta / Actividad	Propósito
1. ¿Qué entiendes por “probabilidad”? (Respuesta abierta breve)	Explorar la comprensión inicial del concepto de probabilidad.
2. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una carta roja si el mazo tiene 52 cartas? (Respuesta numérica o con fracción)	Verificar conocimiento básico de probabilidad de eventos simples y equiprobables.
3. Si lanzas un dado, ¿qué número es imposible que salga? ¿Por qué? (Respuesta abierta)	Detectar comprensión sobre eventos imposibles y el espacio muestral.

4. Marca con una X las opciones correctas: • Dos eventos son <i>mutuamente excluyentes</i> cuando pueden ocurrir al mismo tiempo. • La suma de las probabilidades de todos los eventos posibles es igual a 1. • Un evento complementario es aquel que no puede ocurrir.	Identificar conocimientos sobre eventos mutuamente excluyentes, regla de la suma y eventos complementarios.
5. En un juego donde se lanza una moneda dos veces, ¿cuál es la probabilidad de obtener “cara” en el primer lanzamiento y “cara” en el segundo lanzamiento? (Respuesta numérica o fracción)	Evaluar comprensión del concepto de eventos independientes y uso básico de la regla del producto.
6. ¿Qué crees que hace que un juego de azar sea “justo”? (Respuesta abierta breve)	Explorar ideas previas sobre justicia y equiprobabilidad en juegos de azar.

Inicio - Rubrica

Rúbrica para Evaluar la Participación y Disposición en la Fase de Inicio

Criterio	Excelente (4 puntos)	Bueno (3 puntos)	Aceptable (2 puntos)	Necesita Mejorar (1 punto)
Interés y disposición para participar	Participa activamente desde el inicio, muestra entusiasmo y aporta ideas espontáneamente.	Participa cuando se le solicita y muestra interés en la actividad.	Participa de forma limitada, con poco entusiasmo o motivación.	No muestra interés ni participa en las actividades iniciales.
Colaboración con compañeros	Escucha y respeta a los compañeros, contribuye a crear un ambiente positivo de trabajo.	Colabora con algunos compañeros y respeta las opiniones.	Colabora poco y a veces interrumpe o no respeta las opiniones.	No colabora ni respeta las opiniones de los compañeros.
Atención y concentración en la actividad	Mantiene la atención durante toda la sesión, sigue instrucciones sin distraerse.	Muestra atención en la mayoría del tiempo y sigue la mayoría de las instrucciones.	Se distrae con frecuencia, requiere recordatorios para mantenerse enfocado.	No presta atención, está distraído durante la mayoría de la sesión.
Iniciativa para formular preguntas o expresar dudas	Formula preguntas relevantes que enriquecen la comprensión del tema.	Hace preguntas cuando se le invita o muestra dudas sobre el tema.	Rara vez formula preguntas o expresa dudas, incluso cuando no entiende.	No formula preguntas ni expresa dudas sobre el tema.

Indicaciones para el docente: Utilice esta rúbrica durante la fase inicial para observar de manera sistemática la participación y disposición de cada estudiante. Puede asignar puntajes al finalizar la sesión para obtener un diagnóstico inicial que permita orientar las estrategias de enseñanza y apoyo individualizado.

Desarrollo - Ejemplos

Ejemplos Prácticos y Casos de Estudio para el Plan de Clase

Los siguientes ejemplos y casos de estudio están diseñados para facilitar la indagación y el descubrimiento de conceptos clave en probabilidad, alineados con los objetivos de aprendizaje y la metodología basada en indagación para estudiantes de 12 a 15 años.

Sesión 1: Eventos Complementarios y Mutuamente Excluyentes

- **Ejemplo Práctico: Lanzamiento de un dado justo**

- Los estudiantes lanzan un dado y analizan dos eventos: A = "sacar un número par" y B = "sacar un número impar".
- Discusión guiada para identificar que A y B son eventos complementarios y mutuamente excluyentes.
- Preguntas para indagar: ¿Cuál es la probabilidad de que salga un número par? ¿Y un número impar? ¿Qué sucede si sumamos ambas probabilidades?

- **Caso de Estudio: Selección de una carta de una baraja simplificada**

- Se presenta una baraja con 20 cartas: 10 rojas y 10 negras. Dos eventos: C = "sacar una carta roja", D = "sacar una carta negra".
- Los estudiantes calculan probabilidades y verifican que son eventos mutuamente excluyentes y complementarios.
- Indagación: ¿Pueden ocurrir ambos eventos al mismo tiempo? ¿Qué suma tienen sus probabilidades?

Sesión 2: Regla de la Suma para Eventos Mutuamente Excluyentes y Complementarios

- **Ejemplo Práctico: Ruleta con sectores numerados**

- Ruleta con 12 sectores numerados del 1 al 12, colores distribuidos: 6 rojos, 4 verdes, 2 azules.
- Eventos: E = "caer en número rojo", F = "caer en número verde".
- Los estudiantes calculan la probabilidad de que la ruleta caiga en rojo o verde usando la regla de la suma.
- Indagación: ¿Son eventos mutuamente excluyentes? ¿Cómo aplicar la regla de la suma?

- **Caso de Estudio: Lanzamiento de una moneda y un dado**

- Evento G : "sacar cara en la moneda"; evento H : "sacar un número 6 en el dado".
- Se analiza si estos eventos son mutuamente excluyentes y cómo calcular la probabilidad de que ocurra el evento G o H .
- Indagación: ¿Se pueden presentar ambos eventos a la vez? ¿Cómo afecta esto el cálculo de la probabilidad?

Sesión 3: Regla del Producto para Eventos Independientes

- **Ejemplo Práctico: Lanzamiento simultáneo de dos monedas**

- Eventos: I = "moneda 1 cae en cara", J = "moneda 2 cae en cara".
- Los estudiantes calculan la probabilidad de que ambas monedas caigan en cara usando la regla del producto.
- Discusión para identificar la independencia de eventos.

- **Caso de Estudio: Extracción con reemplazo de bolas de colores**

- Una urna con 5 bolas rojas y 5 bolas azules. Se extraen dos bolas con reemplazo.
- Eventos: K = "primera bola roja", L = "segunda bola azul".
- Los estudiantes calculan la probabilidad de ambos eventos ocurriendo juntos y verifican la independencia.
- Indagación: ¿Cómo afecta el reemplazo a la independencia de los eventos?

Sesión 4: Juegos Justos y Resultados Equiprobables

- **Ejemplo Práctico: Juego de lanzar una moneda para ganar un premio**

- Discusión sobre qué significa que el juego sea justo.
- Los estudiantes analizan si un juego donde se lanza una moneda y se gana si cae cara, con premio de \$10, es justo si se paga \$5 para jugar.
- Indagación: ¿Se basa la justicia del juego en resultados equiprobables? ¿Qué condiciones debe cumplir?

- **Caso de Estudio: Juego de dados con pago desigual**

- Se presenta un juego donde se lanza un dado; si sale 6, se gana \$30, si no, se pierde \$5.
- Los estudiantes calculan la expectativa y analizan si el juego es justo.
- Indagación: ¿Qué pasa si el dado está cargado y no todos los resultados son equiprobables?

Sesión 5: Proyecto de Indagación - Diseñando un Juego Justo

- **Actividad de indagación colaborativa:**

- Los estudiantes diseñan un juego de azar sencillo (puede ser basado en dados, monedas o cartas) y determinan las probabilidades de cada resultado.
- Analizan si el juego es justo, identificando resultados equiprobables o no equiprobables.
- Proponen ajustes para que el juego sea justo, aplicando reglas de suma y producto de probabilidades.
- Presentan sus juegos y explican su razonamiento probabilístico.

Estos ejemplos y casos promueven la exploración activa y el razonamiento crítico, esenciales en el Aprendizaje Basado en Indagación, y están diseñados para ser abordados en sesiones de 1 hora, adecuando el tiempo para discusión, experimentación y reflexión.

Desarrollo - Evaluar

Herramientas de Evaluación Formativa para el Plan de Clase "Descubriendo el Azar: Juegos Justos y Probabilidades en Acción"

Estas herramientas están diseñadas para aplicarse rápida y efectivamente durante cada sesión, enfocándose en los objetivos específicos del plan y adecuadas para estudiantes de secundaria (12-15 años), siguiendo la metodología de Aprendizaje Basado en Indagación.

Sesión 1: Identificación de eventos complementarios y mutuamente excluyentes

- **Mini cuestionario oral (5 minutos):** El docente plantea ejemplos concretos y pregunta a los estudiantes si los eventos son complementarios, mutuamente excluyentes o ninguno. Por ejemplo: "Lanzar una moneda y obtener cara o cruz", "Sacar una carta roja o una carta de trébol".
- **Actividad de tarjeta rápida:** Cada alumno recibe tarjetas con eventos escritos y deben levantar la tarjeta correspondiente a "complementarios" o "mutuamente excluyentes" según el caso planteado por el docente.

Sesión 2: Cálculo de probabilidades con eventos mutuamente excluyentes y complementarios (Regla de la suma)

- **Ejercicio en parejas (10 minutos):** Resolver un problema corto donde calculen la probabilidad de la ocurrencia de eventos mutuamente excluyentes y complementarios, y luego discutir brevemente sus respuestas.
- **Autoevaluación con rúbrica simple:** Los estudiantes califican su nivel de comprensión sobre el cálculo usando la regla de la suma con ítems como "Entiendo cuándo aplicar la regla de la suma" y "Puedo diferenciar eventos complementarios de mutuamente excluyentes".

Sesión 3: Cálculo de probabilidades con eventos independientes (Regla del producto)

- **Mini quiz digital o en papel (5 preguntas rápidas):** Preguntas que impliquen identificar eventos independientes y aplicar la regla del producto para calcular probabilidades.
- **Discusión en grupo pequeño:** Cada grupo analiza un problema real o simulado de eventos independientes y explica su razonamiento al resto del grupo.

Sesión 4: Indagación sobre condiciones para que un juego sea justo

- **Registro de observación:** Mientras los estudiantes experimentan con juegos de azar (dados, ruleta, etc.), el docente anota evidencias sobre la comprensión de los conceptos de resultados equiprobables y no equiprobables.
- **Preguntas reflexivas escritas (5 minutos):** ¿Qué condiciones debe cumplir un juego para ser considerado justo? ¿Por qué?

Sesión 5: Integración y aplicación práctica

- **Actividad de autoexplicación:** Cada estudiante explica por escrito o verbalmente un problema que combine eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes, y calcula la probabilidad, justificando cada paso.

- **Lista de cotejo para el docente:** Verifica que los estudiantes apliquen correctamente las reglas de suma y producto, y que comprendan la equidad en juegos de azar.

Formato de instrumentos sugeridos

Herramienta	Duración estimada	Objetivo evaluado	Tipo de respuesta
Mini cuestionario oral	5 minutos	Identificación de eventos complementarios y mutuamente excluyentes	Respuesta verbal breve
Tarjetas rápidas	5 minutos	Clasificación de eventos	Respuesta visual (levantan tarjetas)
Ejercicio en parejas	10 minutos	Cálculo con regla de la suma	Respuesta escrita
Autoevaluación con rúbrica	5 minutos	Auto reflexión sobre comprensión	Escala Likert simple
Mini quiz	10 minutos	Eventos independientes y regla del producto	Respuesta escrita
Discusión en grupo	10 minutos	Razonamiento y argumentación	Oral
Registro de observación	Durante la actividad	Comprensión de juego justo y equiprobabilidad	Notas del docente
Preguntas reflexivas escritas	5 minutos	Comprensión conceptual	Respuesta escrita
Autoexplicación	10 minutos	Integración de conceptos y cálculo	Respuesta escrita o oral
Lista de cotejo docente	Durante la actividad	Aplicación correcta de conceptos	Checklist

Estas herramientas permiten un monitoreo continuo y variado del progreso de los estudiantes, facilitando la detección oportuna de dificultades para ajustar la enseñanza y promover un aprendizaje significativo sobre azar y probabilidad.

Desarrollo - Tareas

Tarea 1: Explorando eventos complementarios y mutuamente excluyentes

Instrucciones: En grupos de 3 o 4, seleccionen situaciones cotidianas (por ejemplo, lanzar una moneda, tirar un dado, elegir una carta) y describan dos eventos que sean complementarios y dos eventos que sean mutuamente excluyentes. Luego, expliquen por qué cada par de eventos cumple con esas características.

Tiempo estimado: 45 minutos

Producto esperado: Un breve informe escrito o presentación donde identifiquen y expliquen ejemplos de eventos complementarios y mutuamente excluyentes.

Conexión con objetivo: Resuelve problemas donde se analicen las características de eventos complementarios y eventos mutuamente excluyentes.

Tarea 2: Calculando probabilidades con la regla de la suma

Instrucciones: Utilizando ejemplos sencillos (como lanzar un dado o una moneda), calculen la probabilidad de ocurrencia de dos eventos mutuamente excluyentes y luego de dos eventos complementarios. Justifiquen sus cálculos usando la regla de la suma.

Tiempo estimado: 50 minutos

Producto esperado: Resolución de 3-4 problemas escritos con explicación paso a paso del uso de la regla de la suma para calcular probabilidades.

Conexión con objetivo: Resuelve problemas donde se calcule la probabilidad de ocurrencia de dos eventos mutuamente excluyentes y de eventos complementarios (regla de la suma).

Tarea 3: Investigando eventos independientes y la regla del producto

Instrucciones: En parejas, realicen experimentos simulados (por ejemplo, lanzar dos monedas o un dado dos veces) para identificar eventos independientes. Luego, calculen la probabilidad de ocurrencia conjunta empleando la regla del producto.

Tiempo estimado: 50 minutos

Producto esperado: Registro de resultados experimentales y cálculo escrito de probabilidades utilizando la regla del producto, con una reflexión sobre la independencia de los eventos.

Conexión con objetivo: Resuelve problemas donde se calcule la probabilidad de ocurrencia de dos eventos independientes (regla del producto).

Tarea 4: Indagando sobre juegos de azar justos

Instrucciones: En grupos, investiguen diferentes juegos de azar (como ruleta, dados, loterías simples) y analicen si son juegos justos o no. Deben identificar si los resultados son equiprobables o no, y explicar cómo esto afecta la justicia del juego.

Tiempo estimado: 60 minutos

Producto esperado: Presentación grupal o cartel donde expliquen las condiciones que hacen un juego justo, apoyándose en ejemplos concretos y en la noción de resultados equiprobables.

Conexión con objetivo: Indaga las condiciones necesarias para que un juego de azar sea justo, con base en la noción de resultados equiprobables y no equiprobables.

Tarea 5: Creando un juego de azar justo

Instrucciones: Como grupo, diseñen un juego de azar simple donde los resultados sean equiprobables y el juego sea justo. Deben describir las reglas, calcular las probabilidades de cada resultado y justificar por qué el juego es justo.

Tiempo estimado: 60 minutos

Producto esperado: Documento o presentación que incluya las reglas del juego, cálculos de probabilidades y explicación de la justicia del juego.

Conexión con objetivo: Indaga las condiciones necesarias para que un juego de azar sea justo, con base en la noción de resultados equiprobables y no equiprobables.

Desarrollo - Rubrica

Rúbrica de Evaluación para el Proceso de Aprendizaje: "Descubriendo el Azar: Juegos Justos y Probabilidades en Acción"

Criterios	Excelente (4)	Bueno (3)	Aceptable (2)	Necesita Mejorar (1)
1. Análisis de eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes	Identifica correctamente y explica con claridad las características de los tres tipos de eventos, aplicándolos en diferentes problemas con precisión.	Reconoce la mayoría de las características y las aplica correctamente en problemas simples, con explicaciones claras.	Identifica algunos tipos de eventos pero presenta confusión en sus características o aplicaciones en problemas.	No logra identificar ni explicar correctamente las características de los eventos indicados.
2. Cálculo de probabilidades usando la regla de la suma para eventos complementarios y mutuamente excluyentes	Resuelve problemas con precisión, aplicando correctamente la regla de la suma y justificando el proceso.	Resuelve la mayoría de problemas correctamente, con alguna pequeña confusión en la aplicación o justificación.	Resuelve problemas básicos pero con errores frecuentes en la aplicación de la regla de la suma.	No logra aplicar la regla de la suma para calcular probabilidades adecuadamente.
3. Cálculo de probabilidades usando la regla del producto para eventos independientes	Aplica correctamente la regla del producto en problemas variados y explica su razonamiento claramente.	Resuelve correctamente problemas básicos usando la regla del producto, con alguna dificultad en casos más complejos.	Reconoce la regla del producto pero la aplica con errores o sin justificación clara.	No identifica ni aplica correctamente la regla del producto en problemas.

Criterios	Excelente (4)	Bueno (3)	Aceptable (2)	Necesita Mejorar (1)
4. Indagación sobre condiciones para que un juego de azar sea justo (resultados equiprobables vs no equiprobables)	Formula preguntas relevantes, investiga y explica claramente las condiciones para que un juego sea justo, usando ejemplos propios.	Participa en la indagación, reconoce las condiciones básicas y ofrece ejemplos con alguna ayuda.	Muestra interés limitado en la indagación y tiene dificultades para explicar las condiciones o relacionarlas con ejemplos.	No participa en la indagación ni comprende las condiciones para que un juego sea justo.
5. Participación activa y trabajo colaborativo en actividades de indagación	Contribuye consistentemente con ideas relevantes, escucha a sus compañeros y colabora para resolver problemas y comunicar resultados.	Participa de forma regular y colabora con sus compañeros, aportando en la mayoría de las actividades.	Participa de forma esporádica y colabora mínimamente en las actividades grupales.	No participa ni colabora en las actividades de aprendizaje.

Cierre - Sintetizar

Actividad de Síntesis para la Fase de Cierre: "Creando y Analizando Nuestro Propio Juego Justo"

Duración: 45 minutos

Objetivo: Consolidar los aprendizajes sobre eventos complementarios, mutuamente excluyentes, independientes y condiciones de juegos justos a través de la creación y análisis de un juego de azar diseñado por los estudiantes.

Descripción de la actividad:

- **Formación de grupos:** Los estudiantes se organizan en grupos de 3 a 4 integrantes.
- **Diseño del juego:** Cada grupo crea un juego sencillo de azar (puede ser con dados, monedas, cartas o cualquier otro elemento) que involucre al menos dos eventos, que pueden ser mutuamente excluyentes, complementarios o independientes.
- **Definición de probabilidades:** Los estudiantes deben determinar si los resultados de su juego son equiprobables y justificar si el juego es justo o no, explicando las condiciones que cumplen o no para serlo.
- **Cálculo de probabilidades:** Usando la regla de la suma y la regla del producto, cada grupo calcula la probabilidad de ocurrencia de los eventos que definieron en su juego.
- **Presentación y discusión:** Cada grupo expone brevemente su juego, explica los eventos definidos, sus cálculos y conclusiones sobre la justicia del juego.
- **Reflexión conjunta:** Se promueve una discusión guiada por el docente sobre las similitudes y diferencias entre los juegos creados, reforzando los conceptos clave y aclarando dudas.

Materiales necesarios:

- Dados, monedas, cartas u otros elementos para crear juegos simples
- Hojas blancas o cuadernos para anotaciones y cálculos
- Calculadoras (opcionales)

Indicadores para verificar el logro de los objetivos:

- Los estudiantes identifican correctamente eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes en sus juegos.
- Realizan cálculos adecuados de probabilidades usando la regla de la suma y la regla del producto.
- Argumentan con fundamento si el juego es justo o no, basándose en la equiprobabilidad de resultados.
- Participan activamente en la presentación y discusión, demostrando comprensión de los conceptos.

Esta actividad integra el aprendizaje activo y colaborativo, permite aplicar los conceptos en un contexto creativo y facilita la evaluación formativa del docente sobre la comprensión de los estudiantes.

Cierre - Reflexionar

Preguntas de Reflexión Metacognitiva para el Cierre

- ¿Cómo puedes explicar la diferencia entre eventos mutuamente excluyentes y eventos independientes con tus propias palabras? ¿Puedes dar un ejemplo de cada uno?
- ¿Por qué es importante entender la regla de la suma para eventos mutuamente excluyentes y complementarios? ¿Cómo te ayuda esa regla a calcular probabilidades en diferentes situaciones?
- ¿De qué manera la regla del producto facilita el cálculo de la probabilidad en eventos independientes? ¿Qué pasaría si los eventos no fueran independientes?
- ¿Qué condiciones debe cumplir un juego de azar para que sea considerado justo? ¿Cómo se relaciona esto con la igualdad de probabilidades de los resultados?
- Piensa en un juego de azar que conoces. ¿Crees que es justo? ¿Por qué sí o por qué no? ¿Qué cambios harías para que fuera justo?
- ¿Cómo te sentiste al resolver problemas que involucran probabilidades? ¿Qué estrategias te ayudaron a entender y calcular esas probabilidades?
- ¿Qué dudas o dificultades encontraste al analizar eventos complementarios, mutuamente excluyentes o independientes? ¿Cómo crees que puedes superar esas dificultades en el futuro?
- ¿De qué manera el aprendizaje basado en indagación te ayudó a comprender mejor el concepto de probabilidad y juegos justos? ¿Qué te gustaría investigar más sobre este tema?

Actividad de Reflexión Final

En parejas o pequeños grupos, realicen la siguiente actividad para consolidar su aprendizaje y reflexionar sobre el proceso:

- Elijan un juego de azar sencillo (por ejemplo, lanzar una moneda, tirar un dado o sacar una carta) y describan los posibles resultados.
- Analicen si los eventos que ocurren en el juego son mutuamente excluyentes, complementarios o independientes. Justifiquen sus respuestas.
- Calcule la probabilidad de algunos eventos usando la regla de la suma y la regla del producto, según corresponda.
- Determinen si el juego es justo basándose en la igualdad o desigualdad de probabilidades de sus resultados.
- Compartan con el grupo qué aprendieron y qué les resultó más interesante o difícil durante esta actividad.

Finalmente, cada estudiante escribirá una breve reflexión personal respondiendo: *¿Cómo puedo aplicar lo que aprendí sobre probabilidad y juegos justos en situaciones cotidianas o en otros temas de matemáticas?*

Cierre - Retroalimentar

Estrategias de Retroalimentación para el Cierre

Para consolidar el aprendizaje de los estudiantes al final de las 5 sesiones del plan "Descubriendo el Azar: Juegos Justos y Probabilidades en Acción", se proponen las siguientes estrategias de retroalimentación constructiva, específicas y apropiadas para estudiantes de secundaria (12-15 años). Estas estrategias están orientadas a reforzar los objetivos de aprendizaje y promover la reflexión crítica y el autoanálisis.

• Retroalimentación Individualizada con Preguntas Guiadas

Al finalizar la resolución de problemas, el docente entregará comentarios personalizados que destaquen logros y áreas de mejora, acompañados de preguntas que inviten al estudiante a pensar en sus procesos:

- "Has identificado correctamente que dos eventos son mutuamente excluyentes, ¿cómo podrías explicar esta característica con tus propias palabras?"
- "Noté que aplicaste la regla de la suma, ¿qué diferencia encontraste entre eventos complementarios y mutuamente excluyentes?"
- "Cuando calculaste la probabilidad de eventos independientes, ¿qué te ayudó a reconocer que debías usar la regla del producto?"
- "¿Cómo podrías verificar si un juego es justo basándote en los resultados equiprobables?"

• Retroalimentación en Grupo Mediante Discusión Reflexiva

Al cierre de cada sesión, organizar una breve discusión grupal donde los estudiantes compartan sus hallazgos y dificultades. El docente facilita y destaca logros colectivos, promoviendo el aprendizaje colaborativo:

- Resaltar ejemplos donde se aplicaron correctamente las reglas de probabilidad.
- Corregir conceptos erróneos detectados en las explicaciones del grupo.
- Invitar a los estudiantes a comparar sus soluciones y estrategias, fomentando la reflexión sobre distintos enfoques.

• Uso de Autoevaluación Guiada

Al final de la última sesión, proporcionar una lista de cotejo o rúbrica sencilla para que los estudiantes evalúen su propio desempeño en relación con los objetivos de aprendizaje:

- ¿Puedo identificar y explicar eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes?
- ¿Sé aplicar la regla de la suma para calcular probabilidades de eventos complementarios y mutuamente excluyentes?
- ¿Sé aplicar la regla del producto para eventos independientes?
- ¿Comprendo qué hace que un juego de azar sea justo?

Posteriormente, el docente revisa estas autoevaluaciones y da retroalimentación constructiva para apoyar el crecimiento individual.

• **Retroalimentación Mediante Actividad de Síntesis Creativa**

Invitar a los estudiantes a crear un breve juego o situación que ejemplifique un juego de azar justo o injusto, explicando las probabilidades involucradas. El docente brinda retroalimentación sobre la comprensión y aplicación de los conceptos:

- Reconocer ideas originales que demuestren comprensión del concepto de equiprobabilidad.
- Señalar con ejemplos claros si el juego propuesto cumple o no con la justicia en el azar.
- Reforzar el uso correcto de las reglas de suma y producto en el análisis.

• **Feedback Positivo y Motivador**

Durante todas las sesiones y especialmente en el cierre, el docente empleará un lenguaje positivo que reconozca el esfuerzo y los avances, por ejemplo:

- "¡Muy bien! Has comprendido cómo distinguir entre los diferentes tipos de eventos."
- "Tu razonamiento para aplicar la regla de la suma fue muy claro y correcto."
- "Me gusta cómo investigaste las condiciones de un juego justo, eso demuestra curiosidad y compromiso."

Cierre - Rubrica

Rúbrica de Evaluación para "Descubriendo el Azar: Juegos Justos y Probabilidades en Acción"

Criterios	4 - Excelente	3 - Bueno	2 - Satisfactorio	1 - Insuficiente
1. Análisis de eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes	Identifica y explica correctamente las características de todos los tipos de eventos con ejemplos claros y precisos.	Identifica correctamente la mayoría de las características de los eventos, con explicaciones adecuadas y ejemplos relevantes.	Reconoce algunos tipos de eventos pero presenta confusiones en las características o ejemplos poco claros.	No identifica correctamente los tipos de eventos ni sus características, con explicaciones incorrectas o ausentes.

Criterios	4 - Excelente	3 - Bueno	2 - Satisfactorio	1 - Insuficiente
2. Cálculo de la probabilidad para eventos mutuamente excluyentes y complementarios (Regla de la suma)	Resuelve problemas aplicando la regla de la suma con precisión y justifica claramente los pasos.	Resuelve problemas correctamente pero con justificaciones poco detalladas o alguna pequeña imprecisión.	Resuelve parcialmente problemas con errores en el cálculo o en la aplicación de la regla de la suma.	No logra aplicar la regla de la suma ni resolver problemas relacionados.
3. Cálculo de la probabilidad para eventos independientes (Regla del producto)	Aplica correctamente la regla del producto en problemas y explica claramente el procedimiento.	Aplica la regla del producto con algunos errores menores o explicaciones poco claras.	Intenta aplicar la regla del producto pero con errores significativos en cálculos o conceptos.	No aplica la regla del producto ni comprende la independencia en los eventos.
4. Indagación sobre condiciones de juegos de azar justos basados en equiprobabilidad	Realiza una indagación profunda y argumenta con ejemplos cómo los resultados equiprobables y no equiprobables influyen en la justicia de un juego.	Realiza una indagación adecuada con ejemplos, aunque con argumentos menos elaborados.	Indaga superficialmente, con ejemplos poco claros o incompletos sobre la justicia en juegos de azar.	No realiza una indagación coherente ni entiende las condiciones para que un juego sea justo.
5. Comunicación y presentación de resultados	Expresa ideas de manera clara, organizada y con terminología matemática adecuada; utiliza gráficos o tablas si es necesario.	Comunica sus ideas con claridad en general, con algunos errores menores en la terminología o estructura.	Presenta sus ideas de forma poco clara o desorganizada, con terminología inapropiada o confusa.	No logra comunicar sus ideas de forma comprensible, sin uso adecuado de terminología matemática.

Recomendaciones - Dei

Recomendaciones para Implementar Principios DEI en el Plan de Clase

1. Diversidad

- **Adaptación de ejemplos y contextos culturales:** Integrar en las actividades ejemplos de juegos de azar y situaciones cotidianas provenientes de diversas culturas representadas en el aula o la comunidad. Por ejemplo, incluir juegos tradicionales locales o internacionales donde se apliquen conceptos de probabilidad. Esto valoriza las diferencias culturales y hace los contenidos más significativos.

- **Uso de lenguaje inclusivo y accesible:** Asegurar que el vocabulario y la formulación de preguntas sean comprensibles para estudiantes con diferentes niveles de dominio del idioma, evitando jergas o términos muy técnicos sin explicación. Se puede incluir glosarios visuales o sinónimos para facilitar la comprensión.
- **Promoción de la expresión de diversas identidades:** Durante debates o reflexiones, invitar a que los estudiantes compartan ejemplos o experiencias personales relacionadas con el azar o juegos, respetando y valorando todas las identidades de género, orientaciones sexuales, y creencias. Esto promueve un ambiente de respeto y reconocimiento.

Impacto: Estas adaptaciones aumentan la pertinencia cultural y lingüística, fortalecen la participación y el sentido de pertenencia, y fomentan el respeto hacia la diversidad individual y grupal.

2. Equidad de Género

- **Incorporar ejemplos y roles no estereotipados de género:** Al presentar ejemplos de juegos o situaciones, usar personajes o narrativas que muestren a niñas y niños, y personas no binarias, en roles activos relacionados con matemáticas y juegos de azar, evitando reforzar estereotipos (ej. no solo niños jugando dados, sino también niñas y personas diversas).
- **Distribuir equitativamente los roles en actividades grupales:** Asegurar que en los grupos de trabajo todos los estudiantes tengan oportunidad de liderar, anotar resultados, y explicar ideas, evitando que se asignen roles típicos de género (por ejemplo, que las niñas siempre anoten y los niños siempre expliquen).
- **Cuestionar estereotipos en debates:** En la actividad de mini debate, incluir preguntas que inviten a reflexionar sobre cómo los estereotipos de género pueden influir en la percepción de la matemática o el juego justo, promoviendo una discusión crítica y consciente.

Impacto: Estas acciones contribuyen a dismantelar prejuicios y desigualdades de género, fomentan la autoestima y la participación equitativa de todos los estudiantes, y promueven un ambiente educativo libre de discriminación.

3. Inclusión

- **Materiales adaptados y accesibles:** Proporcionar versiones de las hojas de trabajo con letra grande, contrastes visuales altos, y formatos digitales que permitan el uso de lectores de pantalla para estudiantes con discapacidades visuales o dificultades de lectura.
- **Apoyo en la experimentación práctica:** Durante la actividad de lanzamiento de dados, ofrecer apoyo adicional o adaptaciones para estudiantes con dificultades motoras, como permitir que trabajen en parejas o usar dados adaptados de tamaño mayor o con texturas diferenciadoras.
- **Evaluación flexible:** Permitir que los estudiantes demuestren su comprensión a través de diferentes formatos (oral, visual, escrita) según sus necesidades, y ofrecer tiempos adicionales o modalidades alternativas para quienes lo requieran.

Impacto: Estas adaptaciones garantizan que todos los estudiantes tengan igualdad de oportunidades para participar plenamente, aprendan a su ritmo y estilo, y se sientan valorados y apoyados en su proceso educativo.

Modificaciones Específicas para Actividades Existentes

- En la **actividad 1 de lanzamiento de dados**, permitir que los grupos formen equipos heterogéneos en cuanto a habilidades y necesidades, asegurando que cada miembro participe activamente con roles rotativos. Proveer dados adaptados y hojas de registro con símbolos o colores para facilitar el conteo a quienes tengan dificultades.
- En la **mini debate** (actividad 2), incluir una ronda inicial donde se establezcan normas de respeto y escucha activa para todos, y utilizar formatos como “turnos de palabra” o “tarjetas de participación” para asegurar que voces menos asertivas o con barreras de comunicación tengan oportunidad de expresarse.
- Incorporar ejemplos no sexistas y de diversas culturas en las preguntas del docente durante la sesión de inicio y desarrollo, para reflejar pluralidad y evitar reforzar sesgos.

Recursos Adicionales y Estrategias de Evaluación Inclusivas

- Utilizar aplicaciones o simuladores digitales de lanzamiento de dados y cálculo de probabilidades que permitan ajustes de accesibilidad, y que puedan ser usados tanto en clase como para trabajo individual o en casa.
- Emplear rúbricas de evaluación que valoren el proceso de razonamiento, la participación colaborativa y el uso correcto de conceptos matemáticos, no solo el resultado final, para reconocer diversas formas de aprendizaje.
- Proponer autoevaluaciones y evaluaciones entre pares que fomenten la reflexión personal y el reconocimiento del esfuerzo y habilidades de todos los estudiantes, promoviendo un ambiente de apoyo y respeto.