

# Derivadas en acción: optimizando decisiones financieras con cálculo

*Economía, Administración & Contaduría | Finanzas | Aprendizaje Basado en Casos*

## Descripción

Este plan de clase está diseñado para que estudiantes universitarios de la asignatura de Finanzas comprendan y apliquen el concepto matemático de la derivada en contextos financieros reales. A través de un enfoque de Aprendizaje Basado en Casos, los estudiantes analizarán situaciones concretas donde la derivada ayuda a optimizar funciones de costos, ingresos y ganancias, así como a entender la tasa de cambio de variables financieras.

La relevancia de este tema radica en que, en el mundo financiero, la toma de decisiones informada requiere comprender cómo pequeñas variaciones afectan resultados económicos. Dominar la aplicación de la derivada permite a los futuros profesionales anticipar cambios, maximizar beneficios y minimizar riesgos, habilidades esenciales para roles en administración, análisis financiero y consultoría.

Además, este aprendizaje conecta directamente con problemas cotidianos como la fijación de precios, análisis de inversiones y evaluación de riesgos, preparando a los estudiantes para enfrentar desafíos reales en sus carreras y aportar valor en sus organizaciones desde un fundamento técnico sólido.

## Objetivos de Aprendizaje

- Analizar funciones financieras mediante la derivada para interpretar tasas de cambio y optimización.
- Aplicar la derivada para identificar puntos críticos que determinen máximos y mínimos en contextos financieros.
- Resolver casos prácticos de finanzas que involucren cálculo diferencial para tomar decisiones basadas en datos matemáticos.
- Argumentar la importancia del cálculo diferencial en la mejora de estrategias financieras y de inversión.

## Recursos Necesarios

- Calculadoras científicas o software de cálculo simbólico (ej. GeoGebra, Wolfram Alpha).
- Computadoras o dispositivos con acceso a internet para investigación y uso de herramientas digitales.
- Impresiones de casos financieros reales (2-3 casos) con datos para análisis.
- Pizarra y marcadores o pizarra digital para explicaciones y anotaciones.
- Presentación en PowerPoint o PDF con conceptos clave y ejemplos.
- Hojas de trabajo para resolución de problemas y mapas conceptuales.

## Requisitos Previos

- Conocimientos básicos de cálculo diferencial: definición de derivada y reglas básicas de derivación.
- Familiaridad con funciones matemáticas comunes en finanzas (lineales, cuadráticas, exponenciales).
- Conceptos elementales de finanzas: ingresos, costos, ganancias y tasa de interés.
- Habilidades para trabajo colaborativo y análisis crítico de información.

## Actividades

### Sesión 1: Introducción y análisis de la derivada en funciones financieras

#### Fase de Inicio

**Tiempo estimado: 10 minutos**

#### Propósito de la sesión:

Presentar la conexión entre la derivada y las finanzas para motivar el aprendizaje, activando conocimientos previos y contextualizando el tema en situaciones reales.

#### Activación de conocimientos previos:

- **Docente:** Saluda y pregunta: "¿Recuerdan qué significa la derivada en términos matemáticos? ¿Cómo creen que podría ayudar a entender cambios en costos o ingresos de una empresa?"
- **Estudiantes:** Responden brevemente, expresando ideas sobre tasas de cambio y optimización.

#### Motivación y enganche:

- **Docente:** Presenta un dato curioso: "Según estudios, empresas que usan análisis matemático avanzado, como derivadas, mejoran sus decisiones financieras y aumentan sus ganancias hasta un 20%." Muestra un breve video de 2 minutos con ejemplos reales donde se usa cálculo para maximizar beneficios.
- **Estudiantes:** Observan el video y reflexionan sobre la utilidad práctica.

#### Contextualización:

- **Docente:** Explica cómo en su vida profesional, entender la derivada les permitirá anticipar cambios en precios, costos y ganancias, relacionando el tema con la toma de decisiones financieras estratégicas.
- **Estudiantes:** Escuchan y toman notas.

#### Fase de Desarrollo

**Tiempo estimado: 45 minutos**

#### Presentación del contenido:

El docente introduce brevemente la definición de derivada enfocada en finanzas, enfatizando interpretación como tasa de cambio instantánea y su utilidad para hallar máximos y mínimos en funciones de ingreso, costo y ganancia.

### **Actividad 1: Análisis colaborativo de caso "Maximización de ganancias"**

- **Objetivo:** Aplicar derivadas para identificar el nivel de producción que maximiza ganancias.
- **Instrucciones:**
  - El docente entrega un caso con función de ganancia  $G(x) = -5x^2 + 150x - 200$ , donde  $x$  es la cantidad producida.
  - En grupos de 3, los estudiantes derivan la función, encuentran puntos críticos y determinan el máximo de ganancia.
  - Discuten y preparan una breve explicación escrita de su procedimiento y resultado.
- **Organización:** Grupos de 3 estudiantes.
- **Producto:** Resultado del cálculo y explicación escrita (2-3 párrafos).
- **Tiempo:** 25 minutos.
- **Rol docente:** Circula supervisando, formula preguntas guía como "¿Qué significa el punto crítico encontrado? ¿Cómo saben que es un máximo?" y apoya con aclaraciones.

### **Actividad 2: Debate breve sobre la interpretación financiera de la derivada**

- **Objetivo:** Argumentar la importancia de la derivada en la toma de decisiones financieras.
- **Instrucciones:**
  - En plenaria, cada grupo comparte sus hallazgos y reflexiones sobre cómo la derivada les ayudó a resolver el caso.
  - Se fomenta un debate guiado con preguntas del docente: "¿Qué pasa si ignoramos la tasa de cambio? ¿Cómo afecta eso la rentabilidad?"
- **Organización:** Plenaria.
- **Producto:** Participación y síntesis oral.
- **Tiempo:** 15 minutos.
- **Rol docente:** Modera, enfatiza conceptos clave, y conecta ideas para afianzar el aprendizaje.

### **Diferenciación:**

- **Para estudiantes adelantados:** Se les ofrece un caso adicional con función exponencial para analizar derivadas y comparar resultados.
- **Para estudiantes que requieren apoyo:** Se proporciona una guía paso a paso para derivar y entender el concepto con ejemplos más simples y acompañamiento individual o en pareja.

### **Transición:**

El docente concluye sintetizando que en la siguiente sesión aplicarán derivadas para resolver problemas de optimización más complejos y discutirán implicaciones financieras prácticas.

## **Fase de Cierre**

**Tiempo estimado: 5 minutos**

### **Síntesis:**

- **Docente:** Solicita que cada estudiante escriba en un papel tres ideas clave aprendidas hoy sobre la derivada y su aplicación financiera.
- **Estudiantes:** Escriben y comparten algunas en plenaria.

### **Reflexión metacognitiva:**

- ¿Cómo me ayudó la derivada a encontrar el punto óptimo en el caso financiero?
- ¿Qué dificultades tuve al aplicar la derivada y cómo las resolví?
- ¿De qué manera puedo usar estos conocimientos en otras áreas financieras?

### **Retroalimentación:**

El docente comenta las respuestas, corrige errores conceptuales y reconoce los aciertos, reforzando la comprensión.

### **Transferencia:**

Se anticipa que la próxima sesión profundizarán en derivadas para tasas de interés y análisis de riesgo.

## **Sesión 2: Resolución avanzada y reflexión sobre derivadas en situaciones financieras complejas**

### **Fase de Inicio**

**Tiempo estimado: 10 minutos**

### **Propósito de la sesión:**

Revisar conceptos previos y preparar a los estudiantes para aplicar derivadas en nuevos contextos financieros, vinculando con la sesión anterior.

### **Activación de conocimientos previos:**

- **Docente:** Plantea: "Recordemos el caso de maximización de ganancias. ¿Qué papel jugó la derivada? ¿Cómo nos ayuda a entender el comportamiento de la función financiera?"
- **Estudiantes:** Participan en discusión rápida y resumen puntos clave de la sesión anterior.

### **Motivación y enganche:**

- **Docente:** Presenta un nuevo caso real: un análisis de cómo la derivada ayuda a calcular la tasa instantánea de interés y su impacto en inversiones.
- **Estudiantes:** Escuchan y reflexionan sobre la relevancia práctica.

### Contextualización:

- **Docente:** Explica que continuarán aplicando derivadas para resolver problemas más complejos y tomar decisiones financieras informadas.
- **Estudiantes:** Preparan sus materiales para la sesión práctica.

## Fase de Desarrollo

### Tiempo estimado: 45 minutos

#### Presentación del contenido:

Se introduce un segundo caso financiero con función de tasa de interés variable y costos asociados, mostrando cómo derivar para hallar puntos óptimos y evaluar riesgos.

#### Actividad 1: Resolución guiada del caso “Optimización de inversión y tasa de interés”

- **Objetivo:** Aplicar derivadas para determinar la tasa óptima de interés que maximiza el rendimiento de una inversión dada.
- **Instrucciones:**
  - En parejas, revisan la función de rendimiento  $R(t) = 1000e^{(0.05t)} - 50t^2$ , donde  $t$  es tiempo en años.
  - Derivan la función para encontrar el tiempo que maximiza el rendimiento.
  - Discuten el significado financiero del resultado y preparan un informe breve.
- **Organización:** Parejas.
- **Producto:** Informe escrito y presentación corta (5 minutos) explicando el análisis.
- **Tiempo:** 30 minutos.
- **Rol docente:** Facilita recursos, formula preguntas clave como "¿Por qué es importante maximizar el rendimiento? ¿Qué implica el punto crítico para un inversionista?" y apoya en dificultades.

#### Actividad 2: Discusión reflexiva sobre riesgos y decisiones financieras

- **Objetivo:** Analizar y argumentar cómo la derivada ayuda a evaluar riesgos y optimizar decisiones de inversión.
- **Instrucciones:**
  - En plenaria, parejas comparten sus conclusiones y debaten preguntas planteadas por el docente.
  - Preguntas guía: "¿Cómo cambiaría la estrategia si la tasa de interés fuera constante? ¿Qué riesgos se pueden anticipar con este análisis?"
- **Organización:** Plenaria.

- **Producto:** Participación oral y síntesis grupal.
- **Tiempo:** 10 minutos.
- **Rol docente:** Promueve la reflexión crítica y consolida conceptos.

### **Diferenciación:**

- **Para estudiantes avanzados:** Se les propone analizar variaciones en la función con diferentes parámetros y discutir cómo afecta la optimización.
- **Para estudiantes con dificultades:** Se ofrece apoyo adicional con ejemplos simplificados y acompañamiento personalizado.

### **Transición:**

El docente prepara la sesión de cierre con actividades para consolidar y reflexionar sobre el aprendizaje.

## **Fase de Cierre**

### **Tiempo estimado: 5 minutos**

#### **Síntesis:**

- **Docente:** Solicita un “ticket de salida”: cada estudiante escribe en una tarjeta cuál es el principal beneficio de usar derivadas en finanzas y un ejemplo de aplicación personal o profesional.
- **Estudiantes:** Escriben y entregan sus respuestas.

#### **Reflexión metacognitiva:**

- ¿En qué situaciones financieras específicas puedo aplicar la derivada para mejorar decisiones?
- ¿Qué aprendí sobre la interpretación de puntos críticos en funciones financieras?
- ¿Cómo cambió mi percepción del cálculo diferencial en finanzas tras estas actividades?

#### **Retroalimentación:**

El docente revisa los tickets, comenta puntos sobresalientes y aclara dudas pendientes de forma inmediata.

#### **Transferencia:**

Se invita a los estudiantes a identificar un problema financiero real en sus vidas o entorno donde puedan aplicar derivadas para mejorar su análisis y resultados.

#### **Tarea o reto:**

- Investigar un caso financiero real donde se haya aplicado cálculo diferencial para resolver un problema y preparar un resumen para compartir en clase.

## **Evaluación**

**Tipo de evaluación:**

- **Diagnóstica:** Activación de conocimientos en la Fase de Inicio de la sesión 1.
- **Formativa:** Durante las actividades prácticas en ambas sesiones (análisis de casos, debates, informes y participación).
- **Sumativa:** Evaluación del informe escrito del caso "Maximización de ganancias" y presentación del caso "Optimización de inversión".

**Criterios de evaluación:**

- Capacidad para derivar y analizar funciones financieras (Objetivo 1).
- Habilidad para identificar y justificar puntos máximos o mínimos en contextos financieros (Objetivo 2).
- Resolución efectiva de casos prácticos aplicando derivadas (Objetivo 3).
- Argumentación clara sobre la utilidad del cálculo diferencial en finanzas (Objetivo 4).

**Instrumentos sugeridos:**

- Rúbrica para evaluar informes escritos y presentaciones orales.
- Lista de cotejo para participación en debates y actividades grupales.
- Observación directa durante el trabajo colaborativo.
- Autoevaluación y coevaluación entre pares para reflexionar sobre el proceso de aprendizaje.

**Evidencias de aprendizaje:**

- Informes escritos y cálculos de derivadas realizados en actividades.
- Presentaciones orales y participación en debates.
- Respuestas en actividades de síntesis y tickets de salida.