

# Explorando la Transformada de Laplace: Herramienta Clave para la Ingeniería Mecatrónica

Ingeniería | Ingeniería mecatrónica | Aprendizaje Basado en Problemas

## Descripción

Este plan de clase está diseñado para estudiantes universitarios de Ingeniería Mecatrónica y tiene como propósito principal que los estudiantes comprendan a fondo la transformada de Laplace, su inversa y cómo aplicarlas a problemas reales en ingeniería. La transformada de Laplace es una herramienta matemática fundamental para analizar sistemas dinámicos, circuitos eléctricos, control automático y procesos mecánicos, todos campos relevantes para la mecatrónica.

A lo largo de dos sesiones intensivas, los estudiantes abordarán problemas reales que requieren modelado y resolución mediante transformadas de Laplace, estimulando el desarrollo de pensamiento crítico y competencias para resolver situaciones complejas. Este enfoque facilita la conexión entre la teoría matemática y su aplicación práctica en la ingeniería, lo que resulta esencial para su formación profesional y futura carrera.

Además, el aprendizaje activo y colaborativo permitirá a los estudiantes desarrollar habilidades para trabajar en equipo, comunicar resultados técnicos y aplicar conocimientos en diferentes contextos tecnológicos. Así, el plan contribuye a formar ingenieros mecatrónicos capaces de resolver problemas integrales con rigor y creatividad.

## Objetivos de Aprendizaje

- Analizar y calcular la transformada de Laplace de funciones continuas y por partes.
- Aplicar la transformada inversa de Laplace para resolver ecuaciones diferenciales lineales.
- Resolver problemas de ingeniería mecánica y eléctrica utilizando la transformada de Laplace.
- Interpretar resultados y validar soluciones en contextos reales de la ingeniería mecatrónica.

## Recursos Necesarios

- Pizarra y marcadores o proyector digital para presentaciones.
- Calculadoras científicas o software de cálculo simbólico (como MATLAB o Wolfram Alpha).
- Material impreso con tablas de transformadas de Laplace y ejercicios guía (1 copia por estudiante).
- Computadoras o tablets con acceso a internet para investigación rápida.
- Cuadernos o hojas para anotaciones y resolución manual de problemas.

## Requisitos Previos

- Conocimiento básico de cálculo diferencial e integral.

- Familiaridad con ecuaciones diferenciales ordinarias simples.
- Conceptos previos de funciones exponenciales, senos, cosenos y funciones a trozos.
- Experiencia básica en resolución de problemas matemáticos aplicados.

## Actividades

### Sesión 1: Introducción y fundamentos de la transformada de Laplace

#### Fase de Inicio

**Tiempo estimado: 10 minutos**

##### Propósito de la sesión:

Introducir la transformada de Laplace como herramienta matemática para el análisis de sistemas dinámicos y plantear el objetivo de comprender cómo se calcula y aplica en problemas reales.

##### Activación de conocimientos previos:

- **Docente:** Presenta la pregunta detonadora: *"¿Cómo resolverían una ecuación diferencial que modela el comportamiento de un circuito eléctrico o un sistema mecánico sin usar métodos clásicos?"*
- **Estudiantes:** Reflexionan 2 minutos y comparten en plenaria ideas breves sobre métodos conocidos.

##### Motivación y enganche:

- **Docente:** Explica un dato curioso: *"La transformada de Laplace fue utilizada para analizar el sistema de control del Apolo 11, permitiendo el exitoso alunizaje."* Invita a pensar en la importancia práctica de esta técnica.
- **Estudiantes:** Escuchan y escriben una breve idea sobre la relevancia práctica de la transformada.

##### Contextualización:

- **Docente:** Relaciona la transformada de Laplace con problemas comunes en mecatrónica, como el control de motores y circuitos eléctricos, mencionando cómo simplifica el análisis.
- **Estudiantes:** Escuchan y anotan ejemplos relacionados con su carrera para conectar con su experiencia.

#### Fase de Desarrollo

**Tiempo estimado: 105 minutos**

##### Presentación del contenido

**Docente:** Introduce la definición formal de la transformada de Laplace, sus propiedades básicas y la tabla de transformadas comunes, evitando una exposición magistral y promoviendo la exploración guiada.

##### Actividad 1: Explorando la definición y propiedades

- **Objetivo:** Analizar y calcular transformadas de funciones simples.
- **Instrucciones:**
  - Dividir a los estudiantes en grupos de 3-4.
  - Entregar a cada grupo una lista de funciones (ejemplos:  $f(t) = 1$ ,  $f(t) = t$ ,  $f(t) = e^{at}$ ,  $f(t) = \sin(bt)$ ) y pedir que calculen sus transformadas aplicando la definición o consultando la tabla.
  - Cada grupo debe discutir y justificar sus cálculos, anotando dudas.
- **Organización:** Grupos de 3-4 estudiantes.
- **Producto:** Lista con cálculos y justificaciones de transformadas.
- **Tiempo:** 40 minutos.
- **Rol docente:** Circular entre grupos, clarificar dudas, plantear preguntas como: "*¿Qué propiedades de la integral están usando?*" o "*¿Cómo interpretarían esta función transformada?*"

## Actividad 2: Resolviendo una ecuación diferencial con transformada de Laplace

- **Objetivo:** Aplicar la transformada para resolver una ecuación diferencial lineal simple.
- **Instrucciones:**
  - Presentar un problema: resolver  $y' + 3y = 6$  con  $y(0)=2$  usando transformada de Laplace.
  - Guiar en pasos: transformar la ecuación, despejar  $Y(s)$ , aplicar transformada inversa.
  - Los estudiantes lo realizan en parejas, con apoyo del docente.
- **Organización:** Parejas.
- **Producto:** Solución completa y justificada del problema.
- **Tiempo:** 40 minutos.
- **Rol docente:** Facilitar recursos, hacer preguntas orientadoras como: "*¿Cómo aplicamos la condición inicial en el dominio transformado?*" y verificar comprensión.

## Actividad 3: Discusión y análisis de aplicaciones reales

- **Objetivo:** Interpretar aplicaciones prácticas en mecatrónica.
- **Instrucciones:**
  - En plenaria, presentar casos breves donde se usa la transformada (control de motores, circuitos RC).
  - Preguntar a los estudiantes: "*¿Cómo creen que la transformada facilita el diseño o análisis en estos casos?*"
  - Generar debate y conclusiones grupales.
- **Organización:** Plenaria.
- **Producto:** Lista colectiva de beneficios y aplicaciones.
- **Tiempo:** 25 minutos.
- **Rol docente:** Moderar, sintetizar aportes y conectar con el siguiente tema.

## Diferenciación

- **Para quienes terminan antes:** Proponer resolver una función a trozos y calcular su transformada.
- **Para quienes requieren apoyo:** Asesorías en grupos pequeños con ejercicios guiados y uso de recursos visuales.

## Transición

**Docente:** Resume los conceptos clave y anticipa que en la siguiente sesión se profundizará en la transformada inversa y aplicaciones más complejas.

## Fase de Cierre

**Tiempo estimado: 5 minutos**

### Síntesis

Solicitar a cada estudiante escribir en una tarjeta tres ideas clave que aprendieron sobre la transformada de Laplace y compartir 2 en plenaria.

### Reflexión metacognitiva

- ¿Cómo la transformada de Laplace facilita la resolución de ecuaciones diferenciales?
- ¿Qué dificultades encontraste al aplicar la definición y cómo las superaste?
- ¿En qué situaciones de la ingeniería mecatrónica visualizas que podrías usar esta herramienta?

### Retroalimentación

**Docente:** Lee algunas tarjetas, comenta aciertos y aporta sugerencias para mejorar la comprensión.

### Transferencia

Invita a los estudiantes a revisar problemas adicionales en sus notas y a preparar preguntas para la próxima sesión sobre transformada inversa.

## Sesión 2: Transformada inversa de Laplace y aplicaciones en ingeniería mecatrónica

### Fase de Inicio

**Tiempo estimado: 10 minutos**

#### Propósito de la sesión:

Consolidar el conocimiento previo y comenzar a aplicar la transformada inversa para resolver problemas prácticos.

#### Activación de conocimientos previos:

- **Docente:** Presenta una breve revisión interactiva con preguntas rápidas: "*¿Qué es la transformada de Laplace? ¿Para qué sirve? ¿Cómo resolvimos la ecuación diferencial en la sesión pasada?*"
- **Estudiantes:** Responden mediante una lluvia de ideas en voz alta.

## Motivación y enganche:

- **Docente:** Muestra un video corto (3 minutos) donde se utiliza la transformada inversa en el control de un robot industrial y plantea el reto de entender cómo se obtiene la solución final.
- **Estudiantes:** Observan y anotan aspectos que les llamen la atención.

## Contextualización:

- **Docente:** Conecta el video con la importancia de interpretar resultados matemáticos para diseñar sistemas reales.
- **Estudiantes:** Relacionan conceptos y expresan expectativas para la sesión.

## Fase de Desarrollo

### Tiempo estimado: 100 minutos

#### Presentación del contenido

**Docente:** Introduce la transformada inversa de Laplace, métodos para calcularla (fracciones parciales, convolución) y presenta ejemplos guiados con apoyo visual y recursos digitales interactivos.

#### Actividad 1: Resolviendo transformadas inversas por métodos algebraicos

- **Objetivo:** Aplicar técnicas para calcular la transformada inversa en casos típicos.
- **Instrucciones:**
  - En parejas, resolver ejercicios con funciones racionales simples usando fracciones parciales.
  - Registrar paso a paso el procedimiento y comparar con tabla de transformadas.
- **Organización:** Parejas.
- **Producto:** Soluciones escritas con análisis del proceso.
- **Tiempo:** 40 minutos.
- **Rol docente:** Supervisar, apoyar con dudas, preguntar: "*¿Por qué elegiste este método para descomponer?*"

#### Actividad 2: Aplicación práctica en un sistema mecatrónico

- **Objetivo:** Resolver un problema real aplicando transformada inversa para obtener la respuesta temporal de un sistema.
- **Instrucciones:**
  - Dividir en grupos de 4.
  - Plantear un problema: analizar la respuesta de un circuito RL ante una entrada escalón, con la función en dominio  $s$  dada.
  - Resolver la transformada inversa para obtener la función en tiempo y discutir el significado físico.
- **Organización:** Grupos de 4 estudiantes.
- **Producto:** Informe breve con cálculos, gráfica y análisis.

- **Tiempo:** 50 minutos.
- **Rol docente:** Facilitar materiales, guiar con preguntas como: "*¿Qué representa la respuesta obtenida en el sistema físico?*"

### Actividad 3: Autoevaluación y preguntas de profundización

- **Objetivo:** Reflexionar sobre el aprendizaje y aclarar dudas complejas.
- **Instrucciones:**
  - Individualmente, completar un cuestionario con preguntas conceptuales y prácticas sobre la transformada inversa y su aplicación.
  - Luego, en plenaria, discutir las respuestas más complejas.
- **Organización:** Individual y plenaria.
- **Producto:** Cuestionario completado y discusión grupal.
- **Tiempo:** 10 minutos.
- **Rol docente:** Corregir en tiempo real, aclarar dudas y reforzar conceptos clave.

### Diferenciación

- **Para estudiantes avanzados:** Proponer calcular la transformada inversa mediante convolución para funciones no racionales.
- **Para estudiantes con dificultades:** Sesión corta de tutoría con ejemplos simplificados y apoyo visual para entender fracciones parciales.

### Transición

**Docente:** Resume la importancia de dominar la transformada inversa para el análisis dinámico y anuncia que la sesión finaliza con una reflexión para consolidar aprendizajes.

### Fase de Cierre

**Tiempo estimado: 10 minutos**

### Síntesis

Elaborar en grupo un mapa conceptual en pizarra o digital que integre transformada de Laplace, inversa y aplicaciones en ingeniería mecatrónica.

### Reflexión metacognitiva

- ¿Qué pasos te resultaron más complejos al calcular la transformada inversa y por qué?
- ¿Cómo aplicarás este conocimiento en tu formación y práctica profesional?
- ¿Qué dudas quedan para seguir profundizando?

### Retroalimentación

**Docente:** Comenta el mapa conceptual, destaca aportes valiosos y orienta para próximos temas o autoestudio.

## **Transferencia**

Invita a los estudiantes a identificar sistemas mecatrónicos en su entorno donde puedan aplicar estas técnicas y a preparar un pequeño análisis para compartir en futuros cursos.

## **Tarea o reto**

Resolver un problema complejo asignado de transformada inversa en un sistema con función a trozos, entregando procedimiento y análisis la próxima semana.

## **Evaluación**

### **Tipo de evaluación:**

- Diagnóstica: Activación de conocimientos previos en ambas sesiones para conocer el nivel inicial.
- Formativa: Evaluación continua durante las actividades de desarrollo mediante observación, preguntas guía y revisión de productos parciales.
- Sumativa: Evaluación al cierre de la segunda sesión con el mapa conceptual grupal, cuestionario individual y tarea asignada.

### **Criterios de evaluación:**

- Calcula correctamente la transformada de Laplace de funciones dadas (Objetivo 1).
- Aplica la transformada inversa para resolver ecuaciones diferenciales (Objetivo 2).
- Resuelve problemas prácticos de ingeniería usando transformadas (Objetivo 3).
- Interpreta y comunica resultados con precisión y claridad (Objetivo 4).

### **Instrumentos sugeridos:**

- Lista de cotejo para seguimiento de actividades grupales e individuales.
- Rúbrica para evaluar el informe del problema práctico y el mapa conceptual.
- Observación directa y preguntas orales para evaluar comprensión durante la clase.
- Autoevaluación con preguntas de reflexión metacognitiva.

### **Evidencias de aprendizaje:**

- Listas de cálculos y justificaciones de transformadas realizadas en grupos.
- Problemas resueltos de ecuaciones diferenciales con transformada inversa.
- Informes y análisis de casos prácticos de sistemas mecatrónicos.
- Mapas conceptuales y respuestas a cuestionarios individuales.

## **Enriquecimientos**

### **Recomendaciones - Tic\_ia**

## Inicio

- **Wolfram Alpha (Sustitución):** Utilizar esta herramienta para que los estudiantes ingresen funciones y obtengan sus transformadas de Laplace rápidamente, sustituyendo cálculos manuales. Se guía a los estudiantes a interpretar estos resultados, fomentando la comprensión del proceso.

Contribuye a los objetivos al facilitar la familiarización con la transformada y su aplicación inicial en problemas, ahorrando tiempo en cálculos y enfocándose en el análisis.

- **Video interactivo con EdPuzzle (Aumento):** Presentar un video corto sobre la historia y aplicaciones de la transformada de Laplace, con preguntas integradas para mantener la atención y evaluar comprensión inmediata. Incrementa la motivación y conecta la teoría con aplicaciones reales, reforzando la contextualización y el interés.

## Desarrollo

- **MATLAB Online o Octave (Aumento):** Proporcionar acceso a estas plataformas para que los estudiantes calculen transformadas e inversas en grupos, explorando funciones con comandos y verificando manualmente sus resultados.

Esta tecnología permite validar cálculos y experimentar con diferentes funciones en tiempo real, reforzando el aprendizaje práctico y colaborativo.

- **Simuladores de sistemas dinámicos con Simulink o Scilab Xcos (Modificación):** Rediseñar la actividad para que, tras calcular la transformada, los grupos simulen sistemas mecatrónicos (ej. control de motores) usando bloques que representen funciones y transformadas, visualizando respuestas en el dominio del tiempo y frecuencia. Esto transforma la tarea tradicional en una experiencia interactiva que integra teoría y aplicación práctica, facilitando la comprensión profunda y contextualizada.

## Cierre

- **Plataforma de cuestionarios con IA como Socrative o Google Forms con feedback automático (Sustitución/Aumento):** Realizar una evaluación formativa breve donde los estudiantes respondan preguntas clave sobre transformadas y sus aplicaciones, recibiendo retroalimentación inmediata y personalizada.

Esto permite al docente y estudiantes identificar áreas de mejora y consolidar conocimientos, aumentando la efectividad del cierre.

- **Foro de discusión con IA asistente como ChatGPT integrado en entorno LMS (Redefinición):** Crear un espacio donde los estudiantes planteen dudas o propongan problemas aplicados de mecatrónica relacionados con transformadas, asistidos por una IA que les sugiera pistas, ejemplos o referencias adicionales, promoviendo el aprendizaje autónomo y colaborativo más allá del aula.

Esta práctica genera una nueva forma de interacción y profundización conceptual, facilitando el aprendizaje continuo y personalizado.

## Recomendaciones - Competencias

## 1. Competencias Cognitivas

Las siguientes competencias cognitivas pueden potenciarse de forma natural en el tema de la transformada de Laplace para estudiantes universitarios de ingeniería mecatrónica:

- **Resolución de Problemas:** El enfoque en problemas reales y el cálculo de transformadas promueve esta competencia.
- **Análisis de Sistemas:** La transformada de Laplace es una herramienta clave para modelar y analizar sistemas dinámicos.
- **Pensamiento Crítico:** La exploración guiada y justificación de cálculos fomenta el cuestionamiento y evaluación de métodos.

### Modificaciones específicas a actividades:

- En la *Actividad 1*, además de calcular y justificar, pedir que los grupos comparen dos métodos diferentes para obtener la transformada (definición vs tabla) y discutan ventajas y limitaciones.
- Incorporar un mini-caso práctico al final de la sesión 2 donde los estudiantes apliquen la transformada para analizar un sistema mecatrónico sencillo y propongan posibles mejoras o ajustes.

### Técnicas de facilitación recomendadas:

- Usar preguntas socráticas para guiar la reflexión en grupos, por ejemplo: “¿Qué pasaría si cambiamos el parámetro  $a$  en la función exponencial?”
- Promover la autoevaluación y metacognición al final de cada sesión con preguntas como: “¿Qué parte del cálculo me resultó más desafiante y por qué?”
- Fomentar el uso de software matemático o simuladores digitales para visualizar transformadas, desarrollando habilidades digitales.

## 2. Competencias Interpersonales

Para estudiantes universitarios, se recomienda fortalecer las siguientes competencias interpersonales:

- **Colaboración:** El trabajo en grupos de 3-4 personas para resolver problemas fomenta esta competencia.
- **Comunicación:** Justificar cálculos y presentar resultados promueve claridad y argumentación técnica.
- **Conciencia Socioemocional:** Reconocer la importancia del trabajo en equipo y la gestión de diferencias de opinión.

### Estrategias de trabajo colaborativo:

- Asignar roles rotativos en los grupos (moderador, relator, verificador, presentador) para distribuir responsabilidades y mejorar la dinámica.
- Promover debates estructurados breves donde cada grupo exponga un resultado y los demás formulen preguntas o comentarios.
- Incluir breves momentos para auto y coevaluación del trabajo en equipo, fomentando la reflexión sobre la comunicación y colaboración.

### Puntos de reflexión para los estudiantes:

- “¿Cómo se sintió el trabajo en equipo para resolver un problema complejo? ¿Qué aprendí de mis compañeros?”
- “¿Qué estrategias usamos para llegar a un consenso cuando hubo desacuerdos?”
- “¿Cómo puedo mejorar mi comunicación técnica para que sea más clara y efectiva?”

### 3. Actitudes y Valores

Algunas actitudes y valores clave para desarrollar en este plan de clase son:

- **Curiosidad:** Impulsar la exploración y búsqueda más allá de lo básico.
- **Responsabilidad:** En la preparación y entrega de cálculos y resultados.
- **Mentalidad de Crecimiento:** Enfrentar la dificultad en el aprendizaje de la transformada con perseverancia.
- **Adaptabilidad:** Al trabajar con diferentes métodos y herramientas.

### Momentos específicos para su desarrollo:

- *Inicio de sesión 1:* Estimular la curiosidad con la pregunta detonadora y el dato histórico relevante.
- *Durante la actividad grupal:* Promover la responsabilidad en la entrega y calidad de los cálculos, y la mentalidad de crecimiento al enfrentar dificultades.
- *Cierre de cada sesión:* Realizar una breve reflexión escrita o en plenaria con preguntas como:
- “¿Qué aprendí hoy que no esperaba?” (Curiosidad)
- “¿Qué hice para superar algún obstáculo en el aprendizaje?” (Resiliencia, mentalidad de crecimiento)
- “¿Cómo puedo aplicar lo aprendido en otras áreas o problemas?” (Adaptabilidad)

### Recomendaciones - Tecnología

#### Fase de Inicio

- **Herramienta:** Google Jamboard o Miro (pizarra colaborativa digital)

Implementación: El docente plantea la pregunta detonadora y los estudiantes escriben sus ideas breves en la pizarra digital colaborativa. Esto permite la participación simultánea y la visualización colectiva de conocimientos previos.

Contribución a objetivos: Facilita la activación de conocimientos previos y promueve la reflexión grupal sobre métodos para resolver ecuaciones diferenciales, vinculando con la transformada de Laplace.

Nivel SAMR: Sustitución

- **Herramienta:** Video explicativo interactivo (Kahoot! o Edpuzzle)

Implementación: Se presenta un video corto que contextualiza la aplicación histórica de la transformada de Laplace (ej. Apolo 11), con preguntas interactivas integradas para mantener el interés y evaluar la comprensión inicial.

Contribución a objetivos: Motiva a los estudiantes con un dato histórico y práctico, fomentando la conexión entre teoría y aplicaciones reales en mecatrónica.

Nivel SAMR: Aumento

## Fase de Desarrollo

- **Herramienta:** MATLAB Online o GNU Octave (software para cálculo simbólico y numérico)

Implementación: Los grupos utilizan MATLAB Online o GNU Octave para calcular y graficar las transformadas de Laplace de las funciones asignadas, explorando la definición y propiedades con retroalimentación inmediata.

Contribución a objetivos: Permite experimentar y validar cálculos, fortalecer el aprendizaje conceptual y aplicar la transformada en un entorno computacional real, muy relevante para la ingeniería mecatrónica.

Nivel SAMR: Modificación

- **Herramienta:** Wolfram Alpha o Symbolab (plataformas de resolución simbólica con IA)

Implementación: Los estudiantes consultan estas plataformas para verificar resultados o explorar transformadas inversas, fomentando el autoaprendizaje y la comprensión de aplicaciones complejas.

Contribución a objetivos: Acelera el aprendizaje autónomo y profundiza la comprensión de transformadas, integrando IA para resolver problemas matemáticos complejos.

Nivel SAMR: Aumento

## Fase de Cierre

- **Herramienta:** Foros de discusión en plataformas LMS (Moodle, Blackboard) con asistencia de IA para resumen automático

Implementación: Los estudiantes publican una reflexión breve sobre las aplicaciones de la transformada de Laplace en problemas mecatrónicos. La IA genera un resumen automático de las ideas principales para la clase.

Contribución a objetivos: Refuerza la comprensión crítica y la capacidad de síntesis, promoviendo la metacognición y el análisis colaborativo.

Nivel SAMR: Modificación

- **Herramienta:** Chatbots educativos con IA (por ejemplo, ChatGPT integrado en la plataforma educativa)

Implementación: Los estudiantes pueden interactuar con un chatbot para resolver dudas sobre transformada de Laplace e inversa, simulando tutorías personalizadas.

Contribución a objetivos: Ofrece soporte inmediato, fomenta la autonomía y profundiza el aprendizaje mediante interacción adaptativa.

Nivel SAMR: Redefinición