

Explorando Funciones Cuadráticas: Graficando y Analizando con TIC

Matemáticas | Álgebra | Aprendizaje Basado en Retos

Descripción

Este plan de clase está diseñado para que estudiantes de media (15-17 años) comprendan y apliquen conceptos clave de las funciones cuadráticas mediante el uso de herramientas tecnológicas. Los estudiantes aprenderán a representar gráficamente funciones cuadráticas utilizando software o aplicaciones de geometría dinámica y hojas de cálculo, lo que facilitará la visualización de propiedades como el dominio, recorrido, monotonía, ceros, ordenada al origen, vértice, y los conjuntos de positividad y negatividad.

El propósito es que los estudiantes desarrollen habilidades matemáticas y tecnológicas integradas, fomentando un aprendizaje activo mediante retos que se conectan con situaciones reales, como modelar fenómenos que siguen patrones parabólicos. Esto les permitirá no solo entender la teoría sino también aplicar el análisis gráfico y algebraico para resolver problemas, argumentar resultados y tomar decisiones fundamentadas.

Además, la habilidad de analizar funciones cuadráticas con TIC es relevante en campos como la física, economía, ingeniería y ciencias sociales, donde las funciones cuadráticas aparecen frecuentemente para describir comportamientos y optimizaciones. Así, este plan contribuye a la formación integral del estudiante, conectando el conocimiento matemático con su entorno y promoviendo competencias clave para su futuro académico y profesional.

Objetivos de Aprendizaje

- Representar gráficamente funciones cuadráticas utilizando herramientas TIC seleccionadas.
- Analizar el dominio y recorrido de una función cuadrática a partir de su graficación y expresión algebraica.
- Determinar y argumentar los intervalos de monotonía, ceros, ordenada al origen y vértice de funciones cuadráticas.
- Identificar y describir los conjuntos de positividad y negatividad de una función cuadrática usando diagramas y cálculos.
- Argumentar matemáticamente los resultados obtenidos en el análisis de la función cuadrática mediante discusión y presentación.

Recursos Necesarios

- Computadoras o tablets con acceso a Internet (1 por estudiante o pareja).
- Software o plataformas TIC para graficar funciones (GeoGebra, Desmos o similar).
- Proyector y pantalla para demostraciones en plenaria.
- Cuadernos o hojas para anotaciones y cálculos.

- Presentación digital con ejemplos y explicaciones (PowerPoint o PDF).
- Guía de actividades impresas con instrucciones y tablas para completar.
- Calculadora científica (opcional para cálculos adicionales).

Requisitos Previos

- Conocimiento básico de funciones y sus representaciones gráficas.
- Familiaridad con el concepto de dominio y rango en funciones simples.
- Habilidades básicas en el manejo de herramientas digitales y navegación en plataformas TIC.
- Conocimiento previo de expresión algebraica de funciones cuadráticas (forma general y canónica).
- Capacidad para resolver ecuaciones de segundo grado e identificar raíces.

Actividades

Sesión 1: Introducción y Representación Gráfica de Funciones Cuadráticas con TIC

Fase de Inicio

Tiempo estimado: 10 minutos

Propósito de la sesión:

Presentar el objetivo de representar funciones cuadráticas gráficamente usando TIC, y activar conocimientos previos sobre funciones y sus gráficos para preparar a los estudiantes para el reto que resolverán.

Activación de conocimientos previos:

- **Docente dice:** "¿Recuerdan qué es una función cuadrática y cómo se ve su gráfica? ¿Cuáles son las características que pueden identificar a simple vista en una parábola?"
- **Estudiantes responden en plenaria, compartiendo ideas sobre forma de la parábola, puntos importantes como vértice y ceros.**

Motivación y enganche:

- **Docente dice:** "¿Sabían que el movimiento de un objeto lanzado al aire sigue una trayectoria parabólica que podemos describir con funciones cuadráticas? Hoy vamos a descubrir cómo representar estas funciones con herramientas digitales para entender mejor su comportamiento."

Contextualización:

- **Docente explica:** "El análisis de funciones cuadráticas es fundamental para resolver problemas en física, economía y tecnología. Usar TIC nos permite visualizar mejor estas funciones y extraer información valiosa para la toma de

decisiones."

- **Estudiantes escuchan y reflexionan sobre la importancia de la función cuadrática en su entorno.**

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado: 45 minutos

Presentación del contenido:

Se presenta un breve reto: "Deben representar la función cuadrática $f(x) = x^2 - 4x + 3$ usando GeoGebra (o Desmos) y analizar sus características principales." El docente muestra en el proyector cómo ingresar la función y visualizar la gráfica, destacando el uso de las TIC para facilitar el análisis.

Actividad 1: Graficando la función cuadrática

- **Objetivo:** Representar gráficamente una función cuadrática utilizando TIC.
- **Instrucciones:**
 - Docente: "Abrir GeoGebra o Desmos en sus dispositivos y escribir la función $f(x) = x^2 - 4x + 3$."
 - Estudiantes: Ingresan la función y observan la gráfica generada.
 - Docente: "Identifiquen en la gráfica el vértice, los ceros y la ordenada al origen."
- **Organización:** Individual o parejas.
- **Producto:** Captura de pantalla o dibujo de la gráfica con anotaciones.
- **Tiempo:** 15 minutos.
- **Rol del docente:** Circula apoyando dudas técnicas, preguntando ¿Dónde está el vértice? ¿Cuáles son los ceros? ¿Cómo podemos verificar estos valores algebraicamente?"

Actividad 2: Analizando dominio y recorrido, monotonía

- **Objetivo:** Analizar dominio, recorrido e intervalos de monotonía a partir de la gráfica y expresión algebraica.
- **Instrucciones:**
 - Docente: "Basándose en la gráfica que tienen, respondan: ¿Cuál es el dominio de esta función? ¿Cuál es el recorrido? ¿En qué intervalos la función crece y en cuáles decrece?"
 - Estudiantes: Completar tabla en su guía con dominio, recorrido y monotonía.
 - Docente: "Usen las propiedades del vértice para justificar sus respuestas."
- **Organización:** Grupos de 3-4 estudiantes.
- **Producto:** Tabla completada y justificación escrita breve.
- **Tiempo:** 15 minutos.
- **Rol del docente:** Facilita discusión en grupos, pregunta ¿Cómo saben que la función crece o decrece en esos intervalos? ¿Qué indica el vértice para el recorrido?"

Actividad 3: Identificando positividad y negatividad

- **Objetivo:** Identificar y argumentar los conjuntos de positividad y negatividad de la función cuadrática.
- **Instrucciones:**
 - Docente: "Ahora, con la gráfica y ecuación, determinen para qué valores de x la función es positiva y para cuáles es negativa."
 - Estudiantes: Marcan en la gráfica y anotan intervalo(s) de positividad y negatividad.
 - Docente: "Reflexionen y escriban cómo usaron los ceros para determinar estos conjuntos."
- **Organización:** Individual o parejas.
- **Producto:** Intervalos de positividad y negatividad anotados con explicación.
- **Tiempo:** 15 minutos.
- **Rol del docente:** Revisa y retroalimenta, preguntando ¿Por qué la función cambia de signo en esos puntos? ¿Cómo se relacionan con los ceros?"

Diferenciación

- **Para estudiantes avanzados:** Proponer que modifiquen la función (cambien coeficientes) y observen cómo cambian las propiedades, para luego explicar estos cambios.
- **Para estudiantes con dificultades:** Proporcionar funciones cuadráticas más simples (por ejemplo, $f(x) = x^2$ o $f(x) = x^2 - 1$) y guías paso a paso para identificar vértice y ceros con apoyo del docente o tutor.

Transición

Docente vincula el análisis gráfico con el reto del siguiente día: "Mañana profundizaremos en cómo argumentar matemáticamente estas propiedades usando cálculo algebraico y aplicaremos lo aprendido en un problema real. Ahora que saben cómo graficar y observar, estarán listos para explicar con números y fórmulas."

Fase de Cierre

Tiempo estimado: 5 minutos

Síntesis

- **Docente:** "Vamos a hacer un resumen en plenaria: ¿Cuáles son las partes importantes de la función cuadrática que identificamos hoy en la gráfica?"
- **Estudiantes:** Responden: dominio, recorrido, vértice, ceros, monotonía, positividad y negatividad.

Reflexión metacognitiva

- ¿Cómo me ayudaron las TIC a entender mejor la función cuadrática?
- ¿Qué fue lo más difícil al interpretar la gráfica?
- ¿Cómo puedo usar esta información para resolver problemas reales?

Retroalimentación

Docente da comentarios positivos sobre la participación, señala aciertos y sugiere mejorar la precisión al argumentar, invitando a revisar la guía para reforzar conceptos.

Transferencia y tarea

- Tarea: Usar GeoGebra o Desmos para graficar la función $f(x) = -2x^2 + 8x - 6$ y responder las mismas preguntas: dominio, recorrido, ceros y conjuntos de positividad y negatividad. Preparar para discutir en la próxima sesión.
- Docente anuncia que en la siguiente sesión se avanzará en argumentar matemáticamente estas propiedades y resolver un reto aplicado.

Sesión 2: Análisis Profundo y Argumentación Matemática del Comportamiento de la Función Cuadrática

Fase de Inicio

Tiempo estimado: 10 minutos

Propósito de la sesión:

Conectar los conocimientos gráficos con el análisis algebraico para argumentar matemáticamente las propiedades de la función cuadrática.

Activación de conocimientos previos:

- **Docente pregunta:** "¿Qué aprendimos ayer sobre cómo identificar el vértice, ceros y conjunto de positividad? ¿Qué problemas encontraron para argumentar esas propiedades?"
- **Estudiantes comparten brevemente sus experiencias y dudas.**

Motivación y enganche:

- **Docente:** "Hoy resolveremos un reto: explicar con matemáticas por qué la función tiene esos intervalos de crecimiento y positividad, y cómo podemos usar la fórmula del vértice y el discriminante para encontrar ceros sin graficar."

Contextualización:

- **Docente:** "Esta habilidad es crucial para resolver problemas en la vida real donde no siempre tenemos una gráfica a mano, como en economía o ingeniería."

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado: 45 minutos

Presentación del contenido:

Breve revisión guiada sobre la fórmula del vértice, método para hallar ceros usando la fórmula cuadrática, discriminante y su significado, y cómo derivar intervalos de monotonía a partir del vértice.

Actividad 1: Calculando y argumentando el vértice y los ceros

- **Objetivo:** Determinar y argumentar algebraicamente el vértice y ceros de la función cuadrática.
- **Instrucciones:**
 - Docente: "Calculemos juntos el vértice y los ceros de la función $f(x) = x^2 - 4x + 3$ usando las fórmulas correspondientes."
 - Estudiantes: Siguen paso a paso los cálculos en sus cuadernos y luego verifican con GeoGebra.
 - Docente: "¿Qué nos dice el discriminante sobre los ceros? ¿Cómo relacionamos esto con la gráfica?"
- **Organización:** Individual.
- **Producto:** Cálculos escritos y explicación breve.
- **Tiempo:** 20 minutos.
- **Rol del docente:** Revisa cálculos, formula preguntas guía y apoya con dudas.

Actividad 2: Analizando monotonía y dominio con argumentación algebraica

- **Objetivo:** Analizar y argumentar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y confirmar dominio y recorrido.
- **Instrucciones:**
 - Docente: "Identifiquen el dominio de la función y expliquen por qué es así. Luego, usando el vértice, determinen en qué intervalos la función es creciente o decreciente."
 - Estudiantes: Completar tabla en la guía con dominio, recorrido y monotonía, usando argumentos algebraicos.
 - Docente: "¿Cómo la posición del vértice afecta estos intervalos?"
- **Organización:** Grupos de 3-4.
- **Producto:** Tabla argumentada y justificación en grupos.
- **Tiempo:** 15 minutos.
- **Rol del docente:** Facilita la discusión, formula preguntas para profundizar el razonamiento.

Actividad 3: Identificando y argumentando positividad y negatividad

- **Objetivo:** Argumentar algebraicamente los conjuntos de positividad y negatividad utilizando los ceros.
- **Instrucciones:**
 - Docente: "Usando los ceros encontrados, expliquen matemáticamente para qué valores de x la función es positiva y para cuáles negativa."
 - Estudiantes: Escriben intervalos con notación matemática y su justificación.
 - Docente: "¿Cómo usamos la prueba de valores en intervalos para confirmar la positividad o negatividad?"
- **Organización:** Individual o parejas.

- **Producto:** Intervalos escritos y justificados.
- **Tiempo:** 10 minutos.
- **Rol del docente:** Revisa respuestas y da retroalimentación puntual.

Diferenciación

- **Para estudiantes avanzados:** Proponer que expliquen cómo cambiaría el análisis si el coeficiente principal fuera negativo o si no existieran ceros reales.
- **Para estudiantes con dificultades:** Proporcionar ejemplos guiados con explicaciones paso a paso y apoyo individual para el cálculo del vértice y ceros.

Transición

Docente resume: "Con este análisis algebraico y gráfico, ahora pueden explicar y justificar completamente el comportamiento de cualquier función cuadrática, lo que es fundamental para resolver problemas complejos."

Fase de Cierre

Tiempo estimado: 5 minutos

Síntesis

- **Docente:** "En tres ideas, ¿qué aprendimos sobre analizar funciones cuadráticas con TIC y matemáticamente?"
- **Estudiantes comparten y docente escribe en pizarrón o digital.**

Reflexión metacognitiva

- ¿Cómo puedo usar el análisis gráfico y algebraico para entender funciones cuadráticas?
- ¿Qué método me parece más útil para identificar los ceros y el vértice? ¿Por qué?
- ¿En qué situaciones reales podría aplicar lo aprendido?

Retroalimentación

Docente entrega retroalimentación general valorando el esfuerzo, precisión en cálculos y argumentación. Ofrece recomendaciones para profundizar y practicar más.

Transferencia y tarea

- **Reto:** Plantear una situación real donde una parábola describe un fenómeno (por ejemplo, lanzamiento de un objeto) y modelarla con función cuadrática, graficarla y analizar sus propiedades con TIC y argumentación matemática. Preparar presentación breve para compartir.

Evaluación

Tipo de evaluación:

- **Diagnóstica:** Al inicio de la sesión 1 con la activación de conocimientos previos para identificar saberes y dudas.
- **Formativa:** Durante las actividades de desarrollo en ambas sesiones, mediante observación, preguntas guía, revisión de productos parciales y participación en discusión.
- **Sumativa:** Al cierre de la sesión 2, mediante la entrega de tablas completas, justificaciones escritas y presentación del reto final.

Criterios de evaluación:

- Representa correctamente funciones cuadráticas con herramientas TIC (Objetivo 1).
- Identifica y explica dominio, recorrido e intervalos de monotonía coherentemente (Objetivos 2 y 3).
- Determina y argumenta ceros, vértice y ordenada al origen con precisión matemática (Objetivos 3 y 4).
- Identifica correctamente conjuntos de positividad y negatividad y justifica sus resultados (Objetivo 4).
- Argumenta matemáticamente los resultados de análisis gráfico y algebraico de forma clara y fundamentada (Objetivo 5).

Instrumentos sugeridos:

- Lista de cotejo para verificar representación gráfica y análisis (uso de TIC, precisión en datos).
- Rúbrica para evaluar justificación matemática y argumentación.
- Observación directa durante actividades y participación.
- Portafolio con evidencias de actividades (capturas, tablas, explicaciones).
- Autoevaluación y coevaluación con preguntas guía para reflexionar sobre el aprendizaje.

Evidencias de aprendizaje:

- Capturas o dibujos de gráficas generadas en TIC.
- Tablas completadas con dominio, recorrido, monotonía, positividad y negatividad.
- Cálculos escritos del vértice, ceros y justificaciones algebraicas.
- Respuestas a preguntas metacognitivas y reflexiones orales o escritas.
- Presentación final del reto aplicado con explicación clara y fundamentada.