

<h1>¿Qué tan alto llega? Descubriendo las razones trigonométricas</h1>

Matemáticas | Trigonometría | Aprendizaje Basado en Problemas

Descripción

En esta sesión, los estudiantes descubrirán y aplicarán las razones trigonométricas seno, coseno y tangente para resolver situaciones relacionadas con triángulos rectángulos. El aprendizaje comenzará con un problema cercano: calcular la altura que alcanza una escalera apoyada contra una pared sin necesidad de subir a medirla directamente. A partir de este reto, los estudiantes identificarán los lados de un triángulo rectángulo respecto de un ángulo dado y construirán relaciones entre sus medidas.

Mediante el Aprendizaje Basado en Problemas, trabajarán en equipos para analizar datos, formular estrategias, realizar cálculos y justificar sus respuestas. No se busca memorizar fórmulas de manera aislada, sino comprender cuándo utilizar seno, coseno o tangente y qué representa cada resultado. También emplearán calculadora científica o una herramienta digital para comprobar sus procedimientos.

El tema se conecta con actividades cotidianas como calcular la inclinación de una rampa, estimar la altura de un árbol, diseñar una escalera segura o interpretar la trayectoria de un dron. Al finalizar, cada estudiante podrá explicar con sus palabras qué razón trigonométrica utilizó, resolver un problema contextualizado y valorar la utilidad de las matemáticas para tomar decisiones en situaciones reales.

Objetivos de Aprendizaje

- **Identificar** la hipotenusa, el cateto opuesto y el cateto adyacente respecto de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo.
- **Relacionar** las razones seno, coseno y tangente con las medidas de los lados de un triángulo rectángulo.
- **Seleccionar** la razón trigonométrica adecuada para resolver problemas contextualizados.
- **Calcular** longitudes desconocidas utilizando razones trigonométricas y calculadora científica.
- **Argumentar** la estrategia utilizada y comprobar si el resultado obtenido es razonable.

Recursos Necesarios

- Proyector o pantalla y una imagen de una escalera apoyada en una pared.
- Video breve, de 2 a 3 minutos, sobre rampas, escaleras o medición indirecta de alturas.
- Una cuerda o cinta métrica de aproximadamente 3 metros por equipo.
- Transportador, regla, lápiz, borrador y hojas cuadriculadas para cada estudiante.
- Una guía impresa de problemas y una hoja de trabajo por equipo de 3 o 4 integrantes.

- Calculadoras científicas, una por pareja o equipo.
- Tarjetas con los nombres y representaciones de seno, coseno y tangente.
- Pizarra, marcadores de tres colores y notas adhesivas.
- Computadora o tableta con GeoGebra Calculator Suite o calculadora científica digital.
- Lista de cotejo del docente y ticket de salida impreso.

Requisitos Previos

- Reconocer triángulos rectángulos y diferenciar el ángulo recto de los ángulos agudos.
- Aplicar el teorema de Pitágoras en casos sencillos.
- Medir longitudes y ángulos usando regla, cinta métrica y transportador.
- Resolver proporciones y dividir números decimales.
- Utilizar una calculadora básica y conocer que la calculadora científica debe estar configurada en grados.

Actividades

Fase de Inicio

Tiempo estimado: 20 minutos.

Propósito de la sesión: Presentar un problema realista que motive la necesidad de utilizar razones entre los lados de un triángulo rectángulo para encontrar una medida que no puede obtenerse directamente.

Activación de conocimientos previos: “Observa y decide” — 7 minutos

Docente: Proyecta una imagen de una escalera apoyada contra una pared y dibuja un triángulo rectángulo sobre ella. Pregunta exactamente: “¿Qué figuras geométricas observan?”, “¿Cuál de los lados sería el más largo?”, “¿Cómo podríamos calcular la altura de la pared si conocemos la longitud de la escalera y el ángulo que forma con el suelo?”.

- **Estudiantes:** Responden individualmente en una nota adhesiva y luego comentan sus ideas con la persona que tienen al lado.
- **Docente:** Recupera tres respuestas en la pizarra, sin corregir todavía los procedimientos. Pregunta: “¿Sería suficiente usar una regla para medir la pared directamente? ¿Por qué?”.
- **Evidencia:** Respuestas iniciales sobre triángulos rectángulos, lados y estrategias de medición.

Motivación y contextualización — 8 minutos

Docente: Presenta un video breve sobre la construcción de una rampa accesible o sobre cómo se calcula la altura de un objeto sin subir a él. Después plantea: “En muchas ocasiones, ingenieros, arquitectos y técnicos necesitan conocer una altura o una distancia sin medirla directamente. Hoy resolveremos un problema parecido usando solo un ángulo y una longitud”.

El docente relaciona el tema con rampas de acceso, escaleras, techos, canchas deportivas, videojuegos con trayectorias y fotografías de edificios. Pregunta: “¿En qué situación de su casa, escuela o barrio sería útil conocer una altura sin subir?”.

Estudiantes: Mencionan situaciones y seleccionan mediante una votación rápida la más interesante. El docente conecta sus respuestas con la utilidad de las razones trigonométricas.

Presentación del reto — 5 minutos

Docente: Organiza equipos de 3 o 4 integrantes y entrega el problema:

“La escuela necesita colocar una escalera de seguridad de 6 metros de longitud. La escalera formará un ángulo de 40° con el suelo. ¿A qué altura llegará la parte superior de la escalera? ¿A qué distancia quedará su base de la pared? Expliquen cómo pueden averiguarlo sin medir directamente la pared.”

Indica: “No busquen todavía una fórmula en internet. Primero dibujen, señalen los datos y escriban qué necesitan descubrir”.

Estudiantes: Leen, subrayan datos, realizan un dibujo inicial y formulan una primera pregunta de investigación: “¿Qué relación existe entre el ángulo y los lados?”. El docente anuncia que al final cada equipo defenderá su procedimiento.

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado: 80 minutos.

En esta fase se construye el conocimiento a partir del problema. El docente evita entregar las fórmulas al inicio; guía a los estudiantes para que observen qué lados conocen, cuál necesitan y qué relación puede servir.

Actividad 1. Analizamos el problema y construimos el modelo — 12 minutos

Objetivo específico: Identificar la hipotenusa, el cateto opuesto y el cateto adyacente respecto de un ángulo.

- **Docente:** Solicita que cada equipo dibuje un triángulo rectángulo que represente la escalera. Indica: “Marquen con un cuadrado el ángulo recto y con un arco el ángulo de 40° que forma la escalera con el suelo”.
- **Estudiantes:** Rotulan la escalera como lado inclinado, la altura como lado vertical y la distancia al muro como lado horizontal.
- **Docente:** Pregunta: “¿Cuál es el lado que está frente al ángulo de 40° ?”, “¿Cuál toca al ángulo de 40° , pero no es la hipotenusa?”, “¿Cuál es el lado opuesto al ángulo recto?”.
- **Estudiantes:** Completan una tabla con tres columnas: nombre del lado, posición en el dibujo y dato conocido o desconocido.

Producto: Dibujo rotulado y tabla de identificación. **Organización:** Equipos de 3 o 4.

Actividad 2. Descubrimos las tres razones — 18 minutos

Objetivo específico: Relacionar seno, coseno y tangente con los lados de un triángulo rectángulo.

- **Docente:** Entrega tres triángulos rectángulos semejantes dibujados en una hoja. Pide medir sus lados y calcular las razones entre los lados correspondientes.

- **Estudiantes:** Calculan, para cada triángulo, lado opuesto dividido entre hipotenusa, lado adyacente dividido entre hipotenusa y lado opuesto dividido entre lado adyacente.
- **Docente:** Pregunta: “¿Qué observan al comparar los resultados de triángulos con el mismo ángulo?”, “¿Cuál de las tres divisiones usa el lado que necesitamos encontrar?”.
- **Docente:** Formaliza las conclusiones en la pizarra: **$\text{sen } \theta = \text{opuesto/hipotenusa}$, $\text{cos } \theta = \text{adyacente/hipotenusa}$ y $\text{tan } \theta = \text{opuesto/adyacente}$.** Explica que estas relaciones dependen del ángulo elegido.
- **Estudiantes:** Copian las relaciones, escriben una frase explicativa para cada una y relacionan cada tarjeta de nombre con su representación.

Producto: Tabla de razones y explicación escrita. **Transición:** El docente indica: “Ya sabemos qué significa cada razón. Ahora volveremos al problema de la escalera y elegiremos la relación que nos permita encontrar cada medida”.

Actividad 3. Resolución cooperativa del reto — 30 minutos

Objetivos específicos: Seleccionar y calcular usando la razón adecuada; argumentar y comprobar el resultado.

- **Docente:** Asigna roles: lector del problema, dibujante, calculista y verificador. Indica que pueden usar la calculadora, pero deben escribir la operación completa.
- **Estudiantes:** Resuelven la altura con la relación que utiliza el lado opuesto y la hipotenusa: **$\text{sen } 40^\circ = \text{altura}/6$** . Luego resuelven la distancia horizontal con **$\text{cos } 40^\circ = \text{distancia}/6$** .
- **Docente:** Recorre los equipos y formula preguntas, sin dar directamente la respuesta: “¿Qué lado representa los 6 metros?”, “¿Respecto de cuál ángulo están nombrando los lados?”, “¿La altura debería ser menor o mayor que 6 metros?”, “¿El resultado tiene sentido?”.
- **Estudiantes:** Despejan la incógnita, calculan aproximadamente la altura y la distancia, escriben unidades y comprueban que ambas longitudes sean menores que la escalera.
- **Docente:** Entrega un segundo caso a los equipos que avanzan: “Una rampa mide 4,5 m y forma un ángulo de 12° con el suelo. ¿Qué altura alcanza?”.

Producto: Hoja de resolución con dibujo, razón elegida, despeje, resultado aproximado, unidades y comprobación.

Actividad 4. Galería de estrategias y explicación — 20 minutos

Objetivo específico: Argumentar la selección de una razón trigonométrica y comunicar el procedimiento.

- **Docente:** Pide a cada equipo colocar su solución en la pared o pizarra. Dos integrantes permanecen junto al trabajo y los demás visitan dos soluciones de otros equipos.
- **Estudiantes:** Usan una nota adhesiva para escribir una fortaleza y una pregunta en cada solución observada. Deben revisar si aparecen el ángulo, los lados identificados, la razón, el cálculo y las unidades.
- **Docente:** Reúne al grupo y solicita que dos equipos expliquen por qué utilizaron seno para hallar la altura y coseno para hallar la distancia. Pregunta: “¿Podríamos usar tangente para hallar la altura? ¿Qué otro dato necesitaríamos?”.

- **Estudiantes:** Explican que la tangente sería adecuada si conocieran el cateto adyacente, y comparan sus procedimientos.

Producto: Presentación oral breve y comentarios de coevaluación.

Diferenciación y transiciones

Para quienes necesitan apoyo: Se proporciona un triángulo con colores: hipotenusa en azul, opuesto en rojo y adyacente en verde; también una plantilla con las frases “Conozco...”, “Necesito...”, “Uso...”. El docente puede trabajar con ellos un ejemplo numérico sencillo antes de regresar al reto.

Para quienes terminan antes: Resuelven un problema inverso: “Una cometa está sujeta por una cuerda de 10 m y alcanza 6 m de altura. ¿Qué ángulo forma la cuerda con el suelo?”. Pueden usar la función inversa del seno y explicar el procedimiento.

Las transiciones se realizan mediante preguntas breves: “¿Qué lado conocemos?”, “¿Qué lado buscamos?” y “¿Qué razón conecta exactamente esos dos lados?”.

Fase de Cierre

Tiempo estimado: 20 minutos.

Propósito: Consolidar el significado de las tres razones trigonométricas, revisar los procedimientos y comprobar si cada estudiante puede elegir una razón adecuada de forma independiente.

Síntesis colectiva — 8 minutos

Docente: Dibuja un triángulo rectángulo grande y solicita que tres estudiantes completen en la pizarra un organizador con las frases:

- **Seno:** relaciona _____ con _____.
- **Coseno:** relaciona _____ con _____.
- **Tangente:** relaciona _____ con _____.

Estudiantes: Completan individualmente el organizador y luego comparan sus respuestas. El docente corrige usando colores y recuerda que “opuesto” y “adyacente” dependen del ángulo elegido.

Después, el docente plantea oralmente: “Si conozco la hipotenusa y busco el cateto opuesto, ¿qué razón elegiría?”. Los estudiantes responden levantando una tarjeta con la palabra seno.

Ticket de salida y reflexión metacognitiva — 7 minutos

Docente: Entrega un ticket con el siguiente ejercicio: “Una antena se sostiene con un cable de 8 m que forma un ángulo de 55° con el suelo. ¿Qué altura aproximada alcanza el cable en la antena? Dibuja el triángulo, escribe la razón que usarás y calcula”.

Al reverso, los estudiantes responden estas preguntas exactas:

- “¿Cómo identifico la hipotenusa, el lado opuesto y el lado adyacente?”

- “¿Qué pregunta me hago para elegir entre seno, coseno y tangente?”
- “¿Qué hice para comprobar que mi respuesta era razonable?”

Retroalimentación, transferencia y reto — 5 minutos

Docente: Revisa rápidamente algunos tickets, selecciona un procedimiento correcto y uno con un error frecuente, y los comenta sin mencionar nombres. Pregunta: “¿En qué paso aparece el error: en el dibujo, en la elección de la razón o en la calculadora?”. Los estudiantes corrigen con otro color.

Como transferencia, el docente explica: “La próxima vez podrán usar estas razones para calcular alturas, distancias y ángulos en situaciones de diseño y medición”.

Reto opcional: En casa, observar una escalera, rampa o techo y realizar un dibujo de triángulo rectángulo. Si cuentan con medidas seguras, estimar una longitud desconocida usando seno, coseno o tangente. No deben subir a lugares peligrosos ni medir zonas de riesgo.

Evaluación

Tipo de evaluación y momentos

- **Diagnóstica:** durante la activación de conocimientos previos, en los primeros 7 minutos, mediante las respuestas sobre triángulos rectángulos, lados y estrategias de medición.
- **Formativa:** durante las actividades 1, 2, 3 y 4 del desarrollo, mediante observación directa, preguntas guía, revisión de procedimientos y coevaluación en la galería.
- **Sumativa:** durante el ticket de salida de los minutos 13 al 20 del cierre, donde cada estudiante resuelve individualmente un problema contextualizado.

Criterios de evaluación

- **Identifica correctamente** hipotenusa, cateto opuesto y cateto adyacente respecto del ángulo indicado. Se vincula con el objetivo 1.
- **Relaciona correctamente** seno, coseno y tangente con los lados correspondientes. Se vincula con el objetivo 2.
- **Selecciona la razón adecuada** según los datos conocidos y la incógnita. Se vincula con el objetivo 3.
- **Realiza el cálculo**, despeja la incógnita, utiliza grados, incluye unidades y obtiene un resultado razonable. Se vincula con el objetivo 4.
- **Explica y justifica** por qué eligió una razón determinada y cómo comprobó su respuesta. Se vincula con el objetivo 5.

Instrumentos sugeridos

- Lista de cotejo del docente para verificar identificación de lados, elección de razón, procedimiento, unidades y comprobación.

- Rúbrica breve para valorar la solución cooperativa y la explicación oral.
- Coevaluación mediante notas adhesivas durante la galería de estrategias.
- Autoevaluación incluida en las preguntas del ticket de salida.

Evidencias de aprendizaje

- Dibujo rotulado y tabla de identificación de lados del problema de la escalera.
- Tabla de comparación de las razones seno, coseno y tangente.
- Hoja de resolución cooperativa con datos, dibujo, razón, despeje, cálculo, unidades y comprobación.
- Explicación oral del procedimiento y comentarios de coevaluación.
- Ticket de salida resuelto individualmente y respuestas metacognitivas.