

<h1>Geometría en acción: midamos lo que parece imposible</h1>

Matemáticas | Geometría | Aprendizaje Basado en Problemas

Descripción

Este plan de clase propone que los estudiantes comprendan y utilicen la proporcionalidad geométrica para resolver situaciones reales relacionadas con mapas, fotografías, ampliaciones, semejanza de figuras y mediciones indirectas. A lo largo de tres sesiones de dos horas, trabajarán mediante la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas, enfrentando el reto de diseñar una propuesta para medir la altura de un objeto inaccesible y elaborar un plano a escala de un espacio escolar.

En lugar de comenzar con una explicación extensa de fórmulas, los estudiantes analizarán una situación problemática, formularán preguntas, identificarán datos relevantes, construirán representaciones gráficas y comprobarán sus resultados. Reconocerán que dos figuras pueden conservar su forma aunque cambien de tamaño y utilizarán razones, proporciones, escalas, semejanza de triángulos y el teorema de Tales para justificar sus procedimientos.

El tema se conecta con actividades cotidianas como interpretar mapas, ampliar una fotografía, diseñar un cartel, calcular distancias en una aplicación de navegación o construir una maqueta. El trabajo colaborativo favorecerá la comunicación matemática, la toma de decisiones y la argumentación. Al finalizar, cada equipo presentará una solución razonada, explicará cómo verificó sus resultados y reflexionará sobre la utilidad de la proporcionalidad geométrica para resolver problemas que no pueden medirse directamente.

Objetivos de Aprendizaje

- **Analizar** relaciones de proporcionalidad entre longitudes correspondientes de figuras geométricas semejantes.
- **Calcular** longitudes desconocidas utilizando razones, proporciones, escalas y semejanza de triángulos.
- **Aplicar** el teorema de Tales o procedimientos de medición indirecta para resolver situaciones reales o simuladas.
- **Representar** espacios u objetos mediante dibujos y planos elaborados a escala.
- **Argumentar** la validez de un procedimiento y verificar si los resultados son razonables.

Recursos Necesarios

- Reglas de 30 cm: una por estudiante o pareja; cintas métricas: una por equipo de 3 o 4 estudiantes.
- Hojas cuadriculadas, hojas blancas, cartulina, lápices, borradores, colores, marcadores, escuadras y transportadores.
- Espejos pequeños o tarjetas reflectantes: uno por equipo; palitos o varillas de diferentes longitudes.
- Calculadoras básicas, papel milimetrado y notas adhesivas.

- Fichas impresas con problemas, fotografías de objetos y mapas sencillos con escalas.
- Proyector o pantalla para mostrar una imagen de un edificio, árbol o poste.
- Video breve de 3 a 5 minutos sobre escalas, mapas o medición indirecta.
- Herramientas digitales opcionales: GeoGebra para verificar semejanza, Google Maps para observar escalas y una hoja de cálculo como Google Sheets o LibreOffice Calc.
- Rúbrica impresa, lista de cotejo, tarjetas de salida y plantilla para el proyecto final.

Requisitos Previos

- Reconocer segmentos, ángulos, triángulos, rectángulos y otras figuras planas.
- Calcular perímetros y utilizar unidades de longitud como milímetros, centímetros y metros.
- Comprender el significado de una fracción, una razón y una proporción sencilla.
- Resolver multiplicaciones, divisiones y ecuaciones simples con una incógnita.
- Interpretar tablas, dibujos, medidas y datos presentados en contextos cotidianos.
- Trabajar en parejas o equipos, registrar procedimientos y explicar oralmente una estrategia.

Actividades

Sesión 1: ¿Cómo podemos medir lo que no podemos alcanzar?

Fase de Inicio

Tiempo estimado: 20 minutos.

Propósito de la sesión

Introducir la proporcionalidad geométrica a partir de un problema de medición indirecta. Los estudiantes identificarán que ciertas longitudes pueden calcularse comparando figuras o triángulos semejantes, aunque no sea posible medirlas directamente.

Activación de conocimientos previos

Docente: Escribe en el pizarrón: “Una fotografía mide 10 cm de ancho y representa una pared de 4 m de ancho. Si una ventana mide 2,5 cm en la fotografía, ¿cuánto mide realmente?”. Solicita primero una respuesta individual durante dos minutos. Después pregunta: “¿Qué operación utilizaron?”, “¿Qué significa comparar 10 cm con 4 m?” y “¿Por qué es importante usar las mismas unidades?”.

Estudiantes: Resuelven el problema, comparan procedimientos y explican qué relación encontraron entre las medidas. El docente registra las estrategias sin corregirlas todavía, incluyendo posibles errores de unidades.

Motivación y enganche

Docente: Proyecta una imagen de un árbol o edificio y plantea el reto: “La dirección de la escuela quiere conocer la altura de este árbol para colocar luces, pero nadie puede subir a medirlo. ¿Podemos calcularla usando objetos que sí tenemos a nuestro alcance?”. Muestra una regla, una cinta métrica y un espejo pequeño. Pregunta: “¿Cuál de estos objetos podría ayudarnos y por qué?”.

Estudiantes: Formulan hipótesis, hacen preguntas y anotan en una tarjeta qué datos creen que necesitarían.

Contextualización

El docente relaciona el tema con mapas, ampliaciones de fotografías, planos de casas, videojuegos, diseño de carteles y aplicaciones de navegación. Explica: “Hoy no aprenderemos una fórmula aislada. Vamos a investigar cómo una comparación de tamaños puede ayudarnos a conocer una medida desconocida”. Presenta el problema central:

“¿Cómo podemos calcular de manera confiable la altura de un objeto sin medirlo directamente?”

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado: 90 minutos.

Presentación del contenido mediante ABP

Docente: Organiza equipos de 3 o 4 integrantes y entrega la ficha “El árbol inaccesible”. La ficha indica: un estudiante mide 1,60 m, su sombra mide 2 m y la sombra del árbol mide 7,5 m. Pregunta: “¿Qué medidas se pueden comparar?”, “¿Qué figura geométrica imaginan?” y “¿Cómo justificarían que esas medidas están relacionadas?”. No proporciona inmediatamente la fórmula.

Estudiantes: Comprenden el problema, subrayan datos, escriben qué necesitan averiguar y realizan un dibujo de la situación. Cada equipo formula una primera estrategia.

Actividad 1: Detectives de razones y proporciones

Objetivo específico: Analizar relaciones entre cantidades correspondientes y reconocer una constante de proporcionalidad.

Tiempo estimado: 25 minutos.

Organización: Equipos de 3 o 4.

- **Docente:** Entrega tres tarjetas con pares de figuras: rectángulos de 3 cm por 5 cm y 6 cm por 10 cm; triángulos con lados correspondientes de 4, 6 y 8 cm, y 6, 9 y 12 cm; y una pareja de figuras que no conserva las proporciones.
- **Estudiantes:** Miden los lados indicados, elaboran una tabla y calculan cada razón entre lados correspondientes.
- **Docente:** Indica: “No se queden solo con que una figura es más grande. Comprueben si todos los lados aumentan en la misma proporción”.
- **Estudiantes:** Clasifican las parejas como proporcionales o no proporcionales y escriben una justificación usando números.

- **Docente:** Pregunta: “¿Qué ocurre si una razón da 2 y otra da 2,5?”, “¿Pueden considerarse semejantes esas figuras?”.

Producto: Tabla comparativa y clasificación justificada.

Actividad 2: Construimos figuras a escala

Objetivo específico: Representar figuras ampliadas o reducidas utilizando un factor de escala.

Tiempo estimado: 30 minutos.

Organización: Parejas.

- **Docente:** Entrega una figura en papel cuadriculado con lados de 4, 6 y 8 cuadros. Indica: “Construyan una ampliación con factor 1,5 y una reducción con factor 0,5”.
- **Estudiantes:** Multiplican cada longitud por el factor correspondiente y dibujan las nuevas figuras.
- **Docente:** Solicita que midan dos ángulos y comparen la forma original con las copias. Pregunta: “¿Cambió el tamaño? ¿Cambió la forma? ¿Por qué?”.
- **Estudiantes:** Registran las longitudes originales y transformadas, y escriben una conclusión sobre la semejanza.
- **Docente:** Muestra cómo expresar una escala como razón, por ejemplo 1:2 o 3:2, y conecta la explicación con mapas y planos.

Producto: Dos dibujos a escala y una explicación escrita.

Actividad 3: Resolver el reto del árbol

Objetivos específicos: Calcular una longitud desconocida y argumentar la validez del procedimiento.

Tiempo estimado: 35 minutos.

Organización: Equipos de 3 o 4.

- **Docente:** Repite el reto: “Una persona de 1,60 m proyecta una sombra de 2 m; el árbol proyecta una sombra de 7,5 m. ¿Cuál es la altura del árbol?”.
- **Estudiantes:** Dibujan los dos triángulos, identifican la altura y la sombra, plantean la proporción y calculan la incógnita.
- **Docente:** Pregunta: “¿Qué lados corresponden?”, “¿Por qué pueden compararse los triángulos?” y “¿Qué unidad debe tener la respuesta?”.
- **Estudiantes:** Comprueban el resultado mediante una multiplicación cruzada y escriben una respuesta completa: “El árbol mide aproximadamente... porque...”.
- **Docente:** Pide a dos equipos que presenten procedimientos distintos y guía una comparación colectiva.

Producto: Solución argumentada del problema.

Diferenciación y transición

Para quienes necesitan apoyo, se entrega una plantilla con el dibujo de los triángulos, una tabla de “altura” y “sombra” y la proporción parcialmente escrita: $1,60/2 = x/7,5$. También pueden utilizar material concreto para representar los

lados. Quienes terminan antes resuelven: “Si la sombra del árbol cambia a 9 m y la sombra de la persona sigue siendo de 2 m, ¿cuál sería la nueva altura estimada?”. La transición se realiza diciendo: “Ya descubrimos cómo comparar longitudes. En la siguiente sesión investigaremos qué sucede cuando las líneas paralelas forman triángulos y cómo podemos medir usando un espejo”.

Fase de Cierre

Tiempo estimado: 10 minutos.

Síntesis

Cada estudiante completa un ticket de salida con tres frases: “Una razón es...”, “Dos figuras son semejantes cuando...” y “Para encontrar una longitud desconocida primero debo...”. Luego, el docente solicita que tres voluntarios compartan una idea y construye en el pizarrón un resumen con las palabras **correspondencia, razón, proporción, escala y semejanza**.

Reflexión metacognitiva

- ¿Qué dato fue más importante para resolver el problema del árbol?
- ¿Cómo comprobaste que tu respuesta era razonable?
- ¿Qué parte del procedimiento todavía necesitas practicar?

Retroalimentación, transferencia y tarea

Docente: Revisa rápidamente los tickets, identifica errores frecuentes y aclara que las unidades deben ser compatibles. Como tarea, cada estudiante fotografía o dibuja un objeto que pueda representarse a escala y propone una escala posible. La siguiente sesión comenzará con una experiencia práctica de medición indirecta.

Sesión 2: Triángulos semejantes y teorema de Tales

Fase de Inicio

Tiempo estimado: 10 minutos.

Propósito de la sesión

Retomar lo aprendido sobre razones y semejanza para descubrir cómo las líneas paralelas permiten establecer proporciones entre segmentos y resolver mediciones indirectas.

Conexión con la sesión anterior

Docente: Presenta dos respuestas anónimas del problema del árbol: una correcta y otra que compara altura del árbol con sombra de la persona sin respetar la correspondencia. Pregunta: “¿Cuál procedimiento es válido y qué error aparece en el otro?”.

Estudiantes: Votan individualmente, justifican su elección con una razón y corrigen el procedimiento equivocado. Después observan un esquema con dos triángulos atravesados por líneas paralelas.

Objetivo y enganche

El docente comunica: “Hoy aprenderemos a reconocer el teorema de Tales como una herramienta para comparar segmentos. Después intentaremos medir la altura de un edificio o poste usando un espejo”. Pregunta: “¿Cómo podría un espejo ayudarnos a ver la parte superior de un objeto?”. Los estudiantes anotan una hipótesis breve.

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado: 100 minutos.

Presentación del contenido mediante indagación

Docente: Dibuja un triángulo grande con dos segmentos paralelos a su base. En vez de anunciar la regla, pregunta: “¿Qué partes se parecen?”, “¿Qué segmentos están en la misma dirección?” y “¿Qué razones podríamos comparar?”. Los estudiantes miden el dibujo y buscan relaciones. Después de escuchar sus respuestas, el docente formaliza con lenguaje accesible: “Cuando varias rectas paralelas cortan dos rectas, los segmentos correspondientes son proporcionales. Esta relación se conoce como teorema de Tales”. Se aclara que la proporción debe construirse entre partes que ocupan la misma posición.

Actividad 1: Laboratorio de paralelas

Objetivo específico: Identificar segmentos correspondientes y verificar la proporcionalidad producida por rectas paralelas.

Tiempo estimado: 30 minutos.

Organización: Equipos de 3 o 4.

- **Docente:** Entrega una hoja con dos rectas que parten de un mismo punto y tres líneas paralelas que las cortan. Proporciona algunas medidas: en la primera recta, 3 cm y 5 cm; en la segunda, 4,5 cm y una longitud desconocida.
- **Estudiantes:** Colorean con el mismo color los segmentos correspondientes y miden los que faltan.
- **Docente:** Pregunta: “¿Por qué no debemos comparar un segmento pequeño de la primera recta con el segmento total de la segunda?”.
- **Estudiantes:** Plantean una proporción, calculan la medida desconocida y comprueban multiplicando en cruz.
- **Docente:** Solicita una explicación escrita usando la expresión “son correspondientes porque...”.

Producto: Hoja resuelta con segmentos coloreados, proporciones y justificación.

Actividad 2: Medimos con un espejo

Objetivos específicos: Aplicar la semejanza de triángulos y la medición indirecta en un contexto real.

Tiempo estimado: 40 minutos.

Organización: Equipos de 3 o 4, en el patio o pasillo seguro.

- **Docente:** Explica la norma de seguridad: no correr, no colocar espejos en zonas de paso y trabajar a distancia de ventanas u objetos frágiles. Entrega un espejo pequeño y una cinta métrica por equipo.

- **Estudiantes:** Colocan el espejo horizontalmente en el suelo, caminan hacia atrás hasta observar en él la parte superior del poste, árbol o pared y marcan su posición.
- **Estudiantes:** Miden la distancia desde el espejo hasta sus pies y desde el espejo hasta la base del objeto. También miden la altura de los ojos de la persona que observa.
- **Docente:** Pregunta: “¿Qué dos triángulos se forman?”, “¿Qué lado de un triángulo corresponde con cuál del otro?” y “¿Qué supuesto estamos haciendo sobre los ángulos?”.
- **Estudiantes:** Dibujan un esquema, plantean una proporción y estiman la altura del objeto.
- **Docente:** Ayuda a distinguir entre altura de los ojos y altura total de la persona, y solicita repetir la medición si los datos son poco consistentes.

Producto: Registro de mediciones, esquema de triángulos y cálculo de la altura.

Actividad 3: Desafío de escalas y mapas

Objetivos específicos: Calcular distancias reales y representar información mediante escalas.

Tiempo estimado: 30 minutos.

Organización: Parejas.

- **Docente:** Entrega un plano de un parque con escala 1:500. Plantea: “En el plano, la distancia entre la entrada y la cancha mide 8 cm. ¿Cuál es la distancia real en metros?”.
- **Estudiantes:** Escriben el significado de 1:500, convierten centímetros a metros y resuelven.
- **Docente:** Añade un reto: “Diseñen un plano de un salón de 8 m por 6 m usando una escala 1:100”.
- **Estudiantes:** Elaboran el plano, colocan medidas, título, escala y al menos tres elementos del salón.
- **Docente:** Pregunta: “¿El plano conserva la forma del salón?”, “¿Qué pasaría si usaran 1:10?” y “¿La escala elegida permite que el dibujo quepa en la hoja?”.

Producto: Problema resuelto y plano a escala.

Diferenciación y transición

Para estudiantes que requieren apoyo se proporciona una tabla con “medida del dibujo”, “factor de escala” y “medida real”, además de un esquema de los triángulos del experimento. Se permite usar calculadora y trabajar con un compañero tutor. Quienes terminan antes comparan dos mediciones del mismo objeto realizadas desde posiciones diferentes y calculan el porcentaje aproximado de diferencia. La transición hacia el cierre se realiza con la instrucción: “Conserven sus datos y planos: en la próxima sesión los utilizaremos para construir una propuesta completa y defenderla ante otros equipos”.

Fase de Cierre

Tiempo estimado: 10 minutos.

Síntesis

En plenaria, el docente construye una cadena de ideas en el pizarrón: **paralelas → segmentos correspondientes → proporción → longitud desconocida**. Cada equipo agrega una nota adhesiva con una condición necesaria para que su medición indirecta sea confiable, por ejemplo: “identificar bien las distancias”, “mantener la misma unidad” o “comparar lados correspondientes”.

Reflexión metacognitiva

- ¿Qué triángulos identificaste en la actividad del espejo?
- ¿Cómo supiste qué segmentos debías comparar?
- ¿Qué fuente de error pudo afectar tu medición?

Retroalimentación, transferencia y tarea

Docente: Revisa dos registros de cada equipo y ofrece retroalimentación mediante las preguntas “¿Tu dibujo muestra los datos?” y “¿Tu proporción compara elementos correspondientes?”. Como tarea, los estudiantes deben traer las dimensiones aproximadas de un espacio familiar, como una habitación o patio, para convertirlas en un plano a escala durante la sesión 3.

Sesión 3: Diseñamos, verificamos y defendemos una solución

Fase de Inicio

Tiempo estimado: 10 minutos.

Propósito de la sesión

Integrar razones, escalas, semejanza y medición indirecta en un producto final que resuelva una necesidad concreta y que pueda ser explicado y evaluado por otros estudiantes.

Activación y presentación del reto final

Docente: Presenta el encargo: “La escuela necesita un plano a escala de una zona del patio y una estimación de la altura de un objeto cercano para planear la instalación de un mural o una guirnalda. Elaboren una propuesta que incluya medidas, dibujo, cálculos y justificación”.

Estudiantes: Revisan sus evidencias anteriores, forman equipos y responden en una hoja: “¿Qué debemos medir?”, “¿Qué datos podemos obtener directamente?” y “¿Qué longitud tendremos que calcular indirectamente?”.

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado: 95 minutos.

Presentación del contenido y criterios del producto

Docente: Explica que el producto final debe contener: un dibujo claro, una escala indicada, al menos una proporción, una longitud desconocida calculada, unidades correctas, una comprobación y una recomendación. Muestra un ejemplo breve de formato sin resolver el reto. Reparte la rúbrica y dice: “No se evaluará únicamente el número final. También

importa que puedan explicar por qué su procedimiento funciona”.

Actividad 1: Planificamos la investigación

Objetivos específicos: Analizar datos relevantes y seleccionar una estrategia proporcional adecuada.

Tiempo estimado: 20 minutos.

Organización: Equipos de 3 o 4.

- **Docente:** Entrega la plantilla de planificación con los apartados: situación, datos conocidos, incógnita, dibujo, estrategia, instrumentos y posible error.
- **Estudiantes:** Eligen uno de dos escenarios: medir indirectamente la altura de un objeto del colegio o elaborar un plano a escala de una zona determinada.
- **Estudiantes:** Escriben una pregunta investigable, por ejemplo: “¿Cuál es la altura aproximada del poste ubicado junto a la cancha?” o “¿Cómo representamos el patio en una hoja usando escala 1:100?”.
- **Docente:** Revisa cada plan antes de autorizar la toma de datos y pregunta: “¿Qué cantidades son correspondientes?”, “¿Todas las medidas están en la misma unidad?” y “¿Cómo comprobarán el resultado?”.

Producto: Plan de investigación aprobado.

Actividad 2: Elaboramos la solución proporcional

Objetivos específicos: Aplicar escalas, semejanza o teorema de Tales y representar información geométrica.

Tiempo estimado: 45 minutos.

Organización: Equipos de 3 o 4 con roles de medidor, registrador, calculista y diseñador.

- **Docente:** Indica que los equipos deben tomar al menos dos mediciones de cada distancia importante y registrar ambas antes de promediarlas.
- **Estudiantes:** Miden, dibujan un esquema, identifican triángulos o figuras semejantes y organizan los datos en una tabla.
- **Estudiantes:** Plantean la proporción o conversión de escala, resuelven la incógnita y anotan el procedimiento completo.
- **Docente:** Recorre los equipos y pregunta: “¿Por qué esta medida corresponde con aquella?”, “¿Qué representa el factor de escala?” y “¿El resultado tiene sentido comparado con el tamaño real?”.
- **Estudiantes:** Elaboran el producto en cartulina o papel milimetrado, incluyendo título, leyenda, unidades, escala, cálculos y conclusión.

Producto: Plano o propuesta de medición con desarrollo matemático visible.

Actividad 3: Galería matemática y mejora

Objetivos específicos: Argumentar, evaluar procedimientos y verificar resultados.

Tiempo estimado: 30 minutos.

Organización: Presentación por equipos y coevaluación.

- **Docente:** Coloca los productos alrededor del aula y entrega a cada equipo dos formatos de coevaluación.
- **Estudiantes:** Recorren la galería y dejan comentarios utilizando las frases: “La proporción está bien relacionada porque...”, “Una medida que debe aclararse es...” y “Una mejora posible sería...”.
- **Docente:** Selecciona dos productos contrastantes y pregunta al grupo: “¿Cuál presenta mejor evidencia de que la respuesta es confiable? ¿Qué información permite comprobarlo?”.
- **Estudiantes:** Regresan a su producto, leen los comentarios y realizan al menos una mejora matemática o comunicativa.
- **Docente:** Solicita una exposición de dos minutos por equipo: problema, datos, procedimiento, resultado y verificación.

Producto: Coevaluaciones y versión mejorada del trabajo.

Diferenciación y transición

Para quienes necesitan apoyo se ofrecen escenarios con datos ya seleccionados, una escala sugerida y una plantilla de triángulos semejantes. También se permite presentar oralmente parte de la explicación mientras otro integrante registra los cálculos. Quienes terminan antes calculan cómo cambiaría el resultado si una medida aumentara un 10 % y explican el efecto en la longitud desconocida. Para pasar al cierre, el docente indica: “Guarden sus cálculos; ahora cada persona demostrará individualmente qué aprendió y cómo puede aplicarlo fuera del aula”.

Fase de Cierre

Tiempo estimado: 15 minutos.

Síntesis individual y colectiva

Cada estudiante responde un problema individual: “En un plano con escala 1:200, una cancha mide 12 cm de largo. ¿Cuál es su longitud real en metros?”. Después explica en dos líneas qué representa la escala y cómo comprobó la conversión. Para cerrar la síntesis, el grupo completa oralmente la frase: “La proporcionalidad geométrica sirve para...”. El docente recupera respuestas relacionadas con medir, ampliar, reducir, comparar y representar.

Reflexión metacognitiva

- ¿Qué procedimiento de proporcionalidad puedo aplicar ahora sin ayuda?
- ¿Cómo distinguí las medidas correspondientes en mi problema?
- ¿Qué evidencia demuestra que la solución de mi equipo es razonable?
- ¿En qué situación de mi vida cotidiana podría utilizar una escala o una medición indirecta?

Retroalimentación y transferencia

Docente: Devuelve una retroalimentación breve con dos fortalezas y una sugerencia de mejora por equipo. Aclara los errores comunes detectados: invertir la proporción, mezclar unidades, olvidar la escala o presentar un resultado sin justificación. Invita a los estudiantes a observar planos, mapas o instrucciones de armado en casa y localizar dónde aparece una relación proporcional.

Tarea o reto de extensión

Como extensión voluntaria, los estudiantes pueden elegir una fotografía de un objeto, medir una longitud visible y estimar otra longitud utilizando una escala. Deben entregar la imagen o dibujo, los datos, la proporción y una explicación de por qué su estimación es razonable.

Evaluación

Evaluación

Tipo y momentos de evaluación

- **Diagnóstica:** Durante el inicio de la sesión 1, mediante el problema de la fotografía y las preguntas sobre razones, unidades y proporcionalidad.
- **Formativa:** Durante las sesiones 1 y 2, mediante la observación de equipos, las tablas de razones, los dibujos a escala, el laboratorio del espejo y las preguntas guía del docente.
- **Sumativa:** Durante la sesión 3, mediante el producto final, la exposición breve, la coevaluación y el problema individual de cierre.

Criterios de evaluación vinculados con los objetivos

- **Analiza** correctamente las correspondencias entre lados o segmentos y determina si existe proporcionalidad. Se vincula con el objetivo 1.
- **Calcula** longitudes desconocidas planteando proporciones claras, realizando operaciones correctas y utilizando unidades adecuadas. Se vincula con el objetivo 2.
- **Aplica** semejanza de triángulos, teorema de Tales o escalas para resolver una situación contextualizada. Se vincula con el objetivo 3.
- **Representa** la situación mediante un dibujo, plano o esquema con escala, datos y medidas legibles. Se vincula con el objetivo 4.
- **Argumenta y verifica** la razonabilidad del resultado, explica el procedimiento y reconoce posibles fuentes de error. Se vincula con el objetivo 5.

Instrumentos sugeridos

- **Lista de cotejo:** para revisar la identificación de datos, correspondencias, unidades y procedimiento en las actividades de las sesiones 1 y 2.
- **Rúbrica analítica:** para valorar el producto final con cuatro niveles: inicial, básico, satisfactorio y destacado.
- **Observación directa:** para registrar participación, colaboración, uso de instrumentos y capacidad para explicar decisiones.
- **Coevaluación:** mediante la galería matemática de la sesión 3.
- **Autoevaluación:** mediante los tickets de salida y las preguntas metacognitivas.

Evidencias de aprendizaje

- Tabla de razones y clasificación de figuras proporcionales de la sesión 1.
- Dibujos de ampliación y reducción con factores de escala.
- Solución argumentada del problema del árbol.
- Registro del laboratorio del espejo con medidas, esquema de triángulos y cálculo de altura.
- Plano a escala del salón o parque.
- Producto final con datos, dibujo, proporción, cálculo, unidades, verificación y conclusión.
- Exposición oral, coevaluaciones, respuestas de reflexión y problema individual de cierre.

Rúbrica resumida del producto final

- **4 - Destacado:** identifica correspondencias con precisión, plantea una proporción correcta, representa a escala, verifica el resultado y argumenta con claridad.
- **3 - Satisfactorio:** resuelve correctamente el problema, aunque presenta pequeños detalles de precisión o explicación.
- **2 - Básico:** reconoce parte de la relación proporcional, pero necesita apoyo para organizar datos, unidades o cálculos.
- **1 - Inicial:** presenta una estrategia incompleta, no relaciona correctamente las medidas o no justifica el resultado.

Enriquecimientos

Recomendaciones - Tecnología

Orientaciones generales para integrar tecnología e IA

La tecnología debe apoyar la investigación matemática, la comparación de medidas y la argumentación. No debe sustituir la manipulación de objetos, la toma de medidas ni la explicación del procedimiento.

- Priorizar herramientas gratuitas o disponibles en navegador y trabajar, cuando sea posible, en equipos de tres o cuatro estudiantes.
- Permitir el uso de teléfonos compartidos por equipo para tomar fotografías, registrar medidas y consultar una calculadora.
- Utilizar la Inteligencia Artificial como apoyo para formular preguntas, detectar errores y mejorar explicaciones, pero no para entregar directamente el resultado.
- El docente debe revisar previamente las actividades digitales y evitar que los estudiantes ingresen nombres completos, fotografías personales u otros datos privados.

Objetivos de aprendizaje que puede apoyar la tecnología

- Reconocer relaciones de proporcionalidad entre medidas reales y representaciones.

- Utilizar unidades coherentes y establecer razones o proporciones.
- Aplicar la semejanza de triángulos para calcular medidas indirectas.
- Recoger, organizar y representar datos de una situación real.
- Comparar resultados, estimar el error y justificar la confiabilidad de una medición.
- Comunicar el procedimiento matemático utilizando evidencias.

Fase de Inicio: activar conocimientos y plantear el reto

Herramienta	Implementación	Contribución al aprendizaje	Nivel SAMR
Google Forms o Microsoft Forms	El docente presenta el problema de la fotografía y crea un formulario breve con tres preguntas: resultado estimado, operación utilizada y razón por la que es necesario unificar unidades. Los estudiantes responden individualmente desde un dispositivo por equipo. Las respuestas se proyectan de forma anónima para comparar estrategias y errores.	Permite diagnosticar conocimientos previos sobre razones, proporciones y conversión de unidades. La visualización inmediata de respuestas facilita discutir diferentes procedimientos sin señalar públicamente a ningún estudiante.	Sustitución y aumento
Generador de imágenes con IA utilizado por el docente o banco de imágenes libres	El docente prepara una imagen de un árbol, edificio o poste y añade una pregunta contextual: “¿Cómo podríamos calcular su altura sin subir?”. La IA puede ayudar a crear dos o tres versiones del reto con distinto nivel de dificultad, pero la imagen y los datos deben ser revisados por el docente.	Favorece la contextualización del problema y permite relacionar la proporcionalidad con situaciones cercanas: planos, mapas, fotografías, ampliaciones y diseño.	Aumento

Actividad sugerida: después de responder el formulario, cada equipo escribe en una pizarra digital o en una diapositiva compartida qué datos necesitaría para calcular la altura del árbol. El docente agrupa las respuestas en categorías: medida del objeto cercano, medida de su sombra o distancia, escala, unidades y relación entre triángulos.

Uso responsable de IA: el docente puede solicitar a una herramienta de IA que genere preguntas de activación, por ejemplo: “Elabora preguntas para estudiantes de 13 años que les ayuden a descubrir por qué deben convertir metros a centímetros, sin resolver el problema”. Las preguntas se revisan antes de utilizarlas.

Fase de Desarrollo: investigar y resolver el problema

Herramienta	Implementación	Contribución al aprendizaje	Nivel SAMR
-------------	----------------	-----------------------------	------------

GeoGebra	El docente proporciona una construcción sencilla con dos triángulos semejantes. Los estudiantes modifican la altura o la distancia de uno de ellos y observan cómo cambia la medida desconocida. Después representan la situación real del árbol utilizando las medidas obtenidas con el espejo o las sombras.	Hace visible la relación entre lados correspondientes, permite comprobar la proporcionalidad y ayuda a pasar de una representación concreta a un modelo geométrico.	Modificación
Cámara del teléfono y hoja de cálculo	Cada equipo toma una fotografía de su procedimiento de medición: ubicación del objeto, espejo o sombras y medidas utilizadas. Registra los datos en una hoja de cálculo con columnas para objeto cercano, distancia, altura conocida, distancia del objeto alto y altura estimada. Puede utilizar fórmulas sencillas para calcular la proporción.	Permite recoger datos reales, organizar cálculos, repetir mediciones y comparar resultados entre equipos. La fotografía funciona como evidencia del procedimiento, no como sustituto de la medición.	Modificación

Secuencia de trabajo para las tres sesiones:

- **Sesión 1:** los equipos exploran el reto del árbol o edificio, eligen entre el método del espejo y el método de las sombras, identifican las medidas necesarias y realizan un primer esquema.
- **Sesión 2:** toman las medidas en el patio o en un espacio seguro, registran varias mediciones y construyen el modelo de triángulos semejantes en GeoGebra. Deben repetir la medición al menos dos veces para analizar diferencias.
- **Sesión 3:** calculan la altura, comparan los resultados de los equipos, analizan posibles fuentes de error y preparan una explicación digital breve con datos, esquema, proporción, resultado y conclusión.

Apoyo de IA para la investigación: el docente puede ofrecer una conversación guiada con una herramienta de IA desde un dispositivo institucional o proyectado. Los estudiantes formulan preguntas como:

- “¿Qué dato nos falta para establecer una proporción?”
- “¿Cómo podemos comprobar si estamos comparando lados correspondientes?”
- “¿Qué error podría producir que el espejo no esté colocado correctamente?”

La IA debe responder con pistas y preguntas, no con la solución completa. Puede utilizarse este prompt: “Actúa como tutor de geometría para estudiantes de 12 a 15 años. No resuelvas el problema. Haz una pregunta a la vez para ayudar a identificar los triángulos semejantes, las unidades y los lados correspondientes”.

Alternativa sin conexión: si no hay internet, el docente puede descargar previamente una construcción de GeoGebra, entregar una plantilla de hoja de cálculo o utilizar calculadoras básicas. La toma de fotografías puede sustituirse por dibujos y tablas en papel.

Fase de Cierre: comunicar, validar y reflexionar

Herramienta	Implementación	Contribución al aprendizaje	Nivel SAMR
Canva, Google Slides o PowerPoint	Cada equipo elabora una presentación de tres o cuatro diapositivas: situación planteada, medidas obtenidas, esquema de triángulos semejantes, proporción utilizada, resultado y análisis de confiabilidad. Incluye una fotografía o dibujo del procedimiento.	Favorece la comunicación matemática, la organización de evidencias y la explicación de cómo se obtuvo una medida que no podía tomarse directamente.	Modificación
Formulario de autoevaluación con retroalimentación asistida por IA	Los estudiantes responden preguntas de reflexión: “¿Qué supusimos?”, “¿Qué medida pudo generar mayor error?” y “¿Cómo comprobaríamos el resultado?”. El docente puede utilizar IA para clasificar errores frecuentes o proponer preguntas de retroalimentación a partir de respuestas anónimas.	Promueve la metacognición, la evaluación del error y la revisión del razonamiento, no solo del resultado numérico.	Aumento y modificación

Producto final sugerido: “Informe digital de medición indirecta”. Debe incluir:

- La pregunta o reto investigado.
- Un esquema de los triángulos o figuras semejantes.
- Las medidas y sus unidades.
- La proporción o ecuación utilizada.
- El cálculo de la medida desconocida.
- Una comparación con los resultados de otros equipos.
- Una explicación de las posibles fuentes de error.

Integración de los cuatro niveles SAMR en el plan

Nivel	Aplicación concreta en la clase
Sustitución	Usar un formulario digital en lugar de respuestas escritas en papel o una calculadora digital en lugar de cálculos manuales auxiliares.
Aumento	Mostrar automáticamente las respuestas del diagnóstico, utilizar una hoja de cálculo para organizar medidas y recibir preguntas de retroalimentación adaptadas.
Modificación	Construir y modificar modelos de triángulos semejantes en GeoGebra, documentar el procedimiento con fotografías y comparar datos de varios equipos.

Redefinición	Como extensión, los equipos pueden crear un desafío digital para otro grupo: entregar una fotografía o panorama de un objeto, incluir una medida de referencia y diseñar los datos necesarios para que otros estudiantes calculen su altura mediante proporcionalidad. El desafío puede incorporar una pista generada y revisada por IA, sin revelar la solución.
--------------	---

Evaluación apoyada por tecnología

Criterio	Evidencia observable
Comprensión de la proporcionalidad	Identifica correctamente las medidas correspondientes y establece una razón o proporción.
Uso de unidades	Convierte y utiliza unidades coherentes en todos los cálculos.
Procedimiento geométrico	Representa triángulos semejantes y explica por qué sus lados son proporcionales.
Análisis de resultados	Compara mediciones, identifica posibles errores y argumenta si el resultado es razonable.
Comunicación	Presenta datos, operaciones, evidencias visuales y una conclusión comprensible.

La IA no debe utilizarse como criterio para calificar la producción final. La evaluación debe centrarse en la comprensión del procedimiento, la calidad de las mediciones, la argumentación y la capacidad de verificar el resultado.