

<h1>Desafío de límites: investigamos y resolvemos inecuaciones</h1>

Matemáticas | Álgebra | Aprendizaje Basado en Investigación

Descripción

Este plan de aprendizaje está dirigido a estudiantes de segundo de secundaria y aborda las inecuaciones lineales con una variable mediante la metodología de Aprendizaje Basado en Investigación. Durante dos sesiones, los estudiantes analizarán situaciones cercanas a su vida, formularán preguntas, recogerán y organizarán información, construirán representaciones y argumentarán sus conclusiones.

Las inecuaciones permiten describir situaciones en las que una cantidad puede ser mayor, menor, como mínimo o como máximo que otra. Por ejemplo, sirven para determinar cuánto dinero se necesita para comprar varios productos, cuántos minutos pueden utilizarse en una actividad, qué cantidad de ingredientes se requiere o cuál es la edad mínima para participar en un evento. A diferencia de una ecuación, una inecuación generalmente tiene un conjunto de soluciones.

Los estudiantes aprenderán a reconocer el significado de los signos $>$, $\leq$ y $\geq$; traducir situaciones cotidianas a expresiones algebraicas; resolver inecuaciones aplicando propiedades de la igualdad y la desigualdad; representar las soluciones en la recta numérica; comprobar sus resultados y comunicar conclusiones usando lenguaje matemático. El docente actuará como mediador, formulando preguntas y proporcionando retroalimentación, mientras los estudiantes investigan, contrastan procedimientos y elaboran una propuesta final basada en evidencias.

Objetivos de Aprendizaje

- **Interpretar** los signos de desigualdad y relacionarlos con expresiones verbales y representaciones en la recta numérica.
- **Modelar** situaciones cotidianas mediante inecuaciones lineales con una variable.
- **Resolver** inecuaciones lineales aplicando operaciones equivalentes y justificando el cambio de sentido del signo al multiplicar o dividir por un número negativo.
- **Representar** los conjuntos solución mediante intervalos sencillos y rectas numéricas, verificando algunos valores.
- **Argumentar** conclusiones matemáticas a partir de evidencias obtenidas en una investigación grupal.

Recursos Necesarios

- Pizarra, plumones de cuatro colores, borrador y cinta adhesiva.
- Una recta numérica grande elaborada en papelote o dibujada en el piso.
- Tarjetas con signos ($,$ $>$, $\leq$, $\geq$), frases cotidianas, números y situaciones problemáticas.

- Cuatro papelotes por aula, hojas A4, fichas de investigación, hojas cuadrículadas y notas adhesivas.
- Reglas, lápices, colores, tijeras y marcadores.
- Calculadoras básicas, una por pareja si están disponibles.
- Proyector o televisor y un video breve de 3 a 5 minutos sobre desigualdades en situaciones cotidianas.
- Computadoras o tabletas con GeoGebra Classic, opcional para representar soluciones.
- Ficha impresa con problemas de presupuesto, tiempo, capacidad y edad mínima.
- Rúbrica de investigación, lista de cotejo, ficha de autoevaluación y ticket de salida.

Requisitos Previos

- Reconocer números enteros, positivos y negativos, y ubicarlos en la recta numérica.
- Realizar operaciones básicas con números enteros y aplicar la jerarquía de operaciones.
- Comprender el uso de letras para representar cantidades desconocidas.
- Resolver ecuaciones lineales sencillas como $x + 5 = 12$ y $3x = 18$.
- Interpretar expresiones como “más que”, “menos que”, “como mínimo”, “como máximo”, “no supera” y “por lo menos”.
- Trabajar colaborativamente, registrar procedimientos y explicar oralmente una conclusión.

Actividades

Sesión 1: De las situaciones reales al lenguaje de las inecuaciones

Fase de Inicio

Tiempo estimado: 35 minutos.

Propósito de la sesión: Activar los conocimientos previos y descubrir que muchas situaciones cotidianas no tienen una única respuesta, sino un conjunto de posibilidades que puede expresarse con una inecuación.

Apertura y activación de conocimientos previos: 10 minutos

Docente: Escribe en la pizarra: “Tengo 20 soles y quiero comprar cuadernos que cuestan 6 soles cada uno. ¿Cuántos puedo comprar como máximo?”. Pide que cada estudiante responda individualmente y explique cómo pensó. Luego pregunta: “¿La respuesta puede ser 2? ¿Puede ser 4? ¿Qué significa ‘como máximo?’”.

- **Estudiantes:** Resuelven mentalmente o mediante una operación, escriben una respuesta y comparan sus ideas con un compañero.
- **Docente:** Recupera expresiones como “menor o igual que”, “no puede superar” y “hasta”. No corrige todavía todos los procedimientos; registra las ideas iniciales.

Motivación y enganche: 10 minutos

El docente presenta un video breve o una imagen sobre un parque de diversiones que indica: “Altura mínima: 1,40 m” y “Capacidad máxima: 30 personas”. Después formula el reto: **“¿Cómo podría una matemática ayudar a decidir quién puede ingresar y cuándo una actividad debe detenerse?”**

- **Estudiantes:** Identifican palabras que expresan límites y escriben dos ejemplos de su vida diaria en los que exista una cantidad mínima o máxima.
- **Docente:** Organiza las respuestas en dos columnas: “al menos” y “como máximo”. Introduce el término **inecuación** sin desarrollar todavía el procedimiento de resolución.

Contextualización y pregunta de investigación: 15 minutos

El docente plantea la situación: “El consejo estudiantil dispone de 180 soles para preparar refrigerios. Cada refrigerio cuesta 7 soles y se deben reservar 25 soles para materiales. ¿Cuántos refrigerios pueden preparar?”. Presenta la pregunta de investigación: **“¿Cómo podemos representar, resolver y comprobar límites de cantidad usando inecuaciones?”**

- **Estudiantes:** Forman grupos de tres o cuatro, proponen qué datos necesitan, señalan la cantidad desconocida y escriben una primera representación con palabras, dibujos o símbolos.
- **Docente:** Explica que en las dos sesiones investigarán la pregunta mediante ejemplos, pruebas, representaciones y argumentos. Entrega roles: coordinador, registrador, verificador y portavoz.

Transición: El docente indica: “Ya identificamos límites en situaciones reales. Ahora investigaremos qué significan los signos y cómo se pueden representar en una recta numérica”.

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado: 200 minutos. La fase se desarrolla mediante exploración, formulación de conjeturas, comprobación y sistematización.

Actividad 1. El laboratorio de los signos: 25 minutos

Objetivo específico: Interpretar los signos de desigualdad y relacionarlos con frases y representaciones.

Organización: Grupos de tres o cuatro.

- **Docente:** Entrega tarjetas con los signos $, >, \leq$ y $\geq$, números y frases. Dice: “Construyan una afirmación verdadera con cada signo. Después expliquen qué palabras indican el signo elegido”.
- **Estudiantes:** Forman expresiones como $4 < 9$, $12 \geq 12$ y $7 \leq 10$; relacionan cada una con frases como “4 es menor que 9” o “12 es mayor o igual que 12”.
- **Docente:** Pregunta: “¿Qué diferencia hay entre ‘menor que’ y ‘menor o igual que’? ¿Qué ocurre con el número que está en el límite?”.
- **Estudiantes:** Ubican los números en una recta numérica grande. Usan un punto abierto para $<$ y $>$ y un punto cerrado para $\leq$ o $\geq$; luego justifican la dirección de la flecha.

Producto: Tabla grupal con signo, frase, ejemplo y representación gráfica.

Rol docente: Observa el uso de los términos “límite” y “conjunto de valores”, corrige confusiones entre el número mayor y el signo abierto, y solicita explicaciones, no solo respuestas.

Actividad 2. Investigación con datos y traducción algebraica: 55 minutos

Objetivo específico: Modelar situaciones cotidianas mediante inecuaciones lineales.

Organización: Grupos de cuatro.

- **Docente:** Entrega a cada grupo una ficha con cuatro situaciones: presupuesto para refrigerios, tiempo disponible para una actividad, capacidad de una sala y edad mínima para un juego.
- **Estudiantes:** Subrayan los datos, rodean la cantidad desconocida y clasifican cada situación como límite mínimo o máximo.
- **Docente:** Indica que completen la frase: “La cantidad desconocida debe ser...”. Luego pregunta: “¿Qué representa la variable? ¿Qué operación relaciona los datos? ¿Qué signo corresponde?”.
- **Estudiantes:** Elaboran una tabla con las columnas: situación, variable, expresión verbal, inecuación y razón de la elección del signo.
- **Docente:** Presenta como ejemplo guiado: “Una entrada cuesta 8 soles y tengo como máximo 40 soles. Si x es el número de entradas, la expresión es $8x \leq 40$ ”. Solicita que los grupos comparen el ejemplo con sus casos, sin copiar automáticamente.
- **Estudiantes:** Intercambian su ficha con otro grupo y revisan si los datos, la variable y el signo son coherentes. Escriben una pregunta o sugerencia al grupo autor.

Producto: Ficha de modelación con cuatro inecuaciones justificadas.

Preguntas guía: “¿La cantidad puede ser decimal o debe ser entera?”, “¿La situación acepta el valor límite?”, “¿Qué significa x en el contexto?”.

Transición: “Ya sabemos escribir una inecuación. El siguiente reto es descubrir cómo encontrar todos sus valores posibles y no solo probar un número”.

Actividad 3. Descubrimos el procedimiento mediante balanzas: 55 minutos

Objetivo específico: Resolver inecuaciones aplicando operaciones equivalentes y explicar el cambio de sentido al multiplicar o dividir por un número negativo.

Organización: Parejas y posterior puesta en común.

- **Docente:** Entrega una ficha con representaciones de balanzas y expresiones como $x + 3 \geq 9$, $2x + 1 \geq 7$ y $-3x \geq 12$. Dice: “Resuelvan primero sin memorizar reglas. Piensen qué operación mantiene la afirmación verdadera”.
- **Estudiantes:** Resuelven las dos primeras inecuaciones usando dibujos, fichas o pasos escritos. Comprueban un valor que cumpla y otro que no cumpla.
- **Docente:** Pregunta: “¿Qué hicieron para eliminar el 3? ¿Por qué podemos restar 3 en ambos lados? ¿La relación cambia si dividimos entre un número positivo?”.

- **Estudiantes:** Analizan el caso $-3x \geq 12$ probando valores. Comparan, por ejemplo, $x = -5$ y $x = -3$, y descubren que al dividir por -3 se invierte el signo: $x > -4$.
- **Docente:** Formaliza la regla: al sumar o restar el mismo número se conserva el signo; al multiplicar o dividir por un número positivo también; al hacerlo por un número negativo, se invierte.
- **Estudiantes:** Elaboran un “semáforo de reglas”: verde para operaciones que conservan el signo, rojo para las que lo invierten y amarillo para las que requieren comprobar.

Producto: Procedimiento razonado de tres inecuaciones y semáforo de reglas.

Actividad 4. Recta numérica y verificación de soluciones: 50 minutos

Objetivos específicos: Representar conjuntos solución, verificarlos y comunicar su significado.

Organización: Individualmente, luego parejas.

- **Docente:** Entrega seis inecuaciones graduadas: $x > 2$, $x \leq -1$, $3x \geq 12$, $x - 4 \geq 2$, $-2x \geq 6$ y $5 - x \geq 1$.
- **Estudiantes:** Resuelven, dibujan la recta numérica correspondiente y eligen dos valores que sí pertenecen y uno que no pertenece al conjunto solución.
- **Docente:** Pide que cada pareja use una calculadora o sustitución directa para comprobar una respuesta. Pregunta: “¿Qué valor está justo en el límite? ¿Se incluye o se excluye? ¿La flecha apunta hacia números mayores o menores?”.
- **Estudiantes:** Comparan sus representaciones con otra pareja y corrigen utilizando una lista de cotejo: signo correcto, procedimiento ordenado, punto abierto o cerrado, dirección de la flecha y verificación.
- **Docente:** Selecciona dos casos, uno con división positiva y otro con división negativa, para que los estudiantes expliquen la diferencia frente al grupo.

Producto: Hoja de soluciones representadas y comprobadas.

Diferenciación y transición: 15 minutos

- **Para quienes necesitan apoyo:** entregar una recta numérica parcialmente graduada, tarjetas de vocabulario, ejemplos paso a paso y una plantilla con preguntas: “¿Qué conozco?”, “¿Qué busco?”, “¿Qué operación deshace la operación?”. Permitir el uso de material concreto.
- **Para quienes terminan antes:** pedirles crear una situación real cuya solución sea $x \geq 6$ y otra cuya solución sea $x < 6$; después deberán explicar por qué el límite se incluye o no se incluye.
- **Docente:** Realiza una pausa de revisión y pide a cada grupo que responda oralmente: “¿Qué evidencia demuestra que nuestra solución es correcta?”.

Transición: “En la siguiente sesión usaremos lo aprendido para investigar una situación más completa, comparar estrategias y presentar una recomendación matemática”.

Fase de Cierre

Tiempo estimado: 5 minutos.

Síntesis, retroalimentación y anticipo

- **Estudiantes:** Escriben en una nota adhesiva una idea que aprendieron y completan: “Si divido entre un número negativo, debo... porque...”.
- **Docente:** Lee algunas respuestas, aclara rápidamente errores frecuentes y recoge las notas para planificar la siguiente sesión.
- **Docente:** Anticipa: “Mañana investigaremos un problema de presupuesto y defenderemos una solución usando una inecuación, una recta numérica y una comprobación”.

Sesión 2: Investigamos, argumentamos y tomamos decisiones con inecuaciones

Fase de Inicio

Tiempo estimado: 10 minutos.

Apertura y conexión con la sesión anterior

Docente: Presenta dos respuestas anónimas de las notas adhesivas de la sesión anterior, una correcta y otra con un error en el cambio de signo. Pregunta: “¿Cuál respuesta es correcta y cómo lo sabemos?”.

- **Estudiantes:** Analizan las respuestas en parejas, prueban un valor y explican si la afirmación se mantiene verdadera.
- **Docente:** Comunica el objetivo: “Hoy resolverán una situación de investigación, compararán resultados y presentarán una recomendación sustentada en evidencias”.

Pregunta detonadora: “¿Basta con obtener $x > 4$ o necesitamos explicar qué significa ese resultado en la situación real?”.

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado: 225 minutos. Los estudiantes aplicarán el ciclo de investigación: observar el problema, formular una pregunta, proponer una estrategia, resolver, comprobar, comunicar y evaluar la conclusión.

Actividad 5. Reto de investigación: ¿cuántos refrigerios podemos preparar?: 55 minutos

Objetivos específicos: Modelar y resolver una situación contextualizada, interpretando la solución en su contexto.

Organización: Grupos de cuatro.

Situación para entregar impresa: “Una sección tiene 180 soles para preparar refrigerios. Cada refrigerio cuesta 7 soles y se deben reservar 25 soles para comprar materiales. ¿Cuál es la cantidad máxima de refrigerios que se puede preparar? ¿Qué ocurre si el grupo desea preparar al menos 20 refrigerios?”.

- **Docente:** Solicita que los grupos formulen una pregunta investigable y una conjetura antes de realizar operaciones.
- **Estudiantes:** Definen x como el número de refrigerios, identifican que el dinero utilizado no puede superar 155 soles y escriben $7x \leq 155$.
- **Docente:** Pregunta: “¿Por qué se resta 25? ¿Por qué usamos $\leq$ y no

- **Estudiantes:** Resuelven la inecuación, interpretan que $x \leq 22,14$ y concluyen que, al tratarse de refrigerios completos, el máximo es 22.
- **Estudiantes:** Resuelven la segunda condición, $x \geq 20$, y determinan el conjunto de cantidades enteras posibles: 20, 21 y 22.
- **Docente:** Exige una comprobación del valor máximo y de un valor que no sea posible. También pide diferenciar la solución algebraica de la respuesta contextual.

Producto: Informe breve con datos, variable, inecuaciones, resolución, recta numérica, comprobaciones y conclusión.

Actividad 6. Estaciones de investigación y contraste de estrategias: 60 minutos

Objetivos específicos: Resolver inecuaciones, representar soluciones y evaluar la coherencia de diferentes procedimientos.

Organización: Grupos de cuatro; rotación cada 15 minutos por cuatro estaciones.

- **Estación A, presupuesto:** “Cada cuaderno cuesta 6 soles y tienes como máximo 48 soles. ¿Cuántos cuadernos puedes comprar?”.
- **Estación B, tiempo:** “Para llegar a una reunión debes recorrer 12 minutos y todavía tienes como máximo 35 minutos disponibles. Si cada actividad previa dura 5 minutos, ¿cuántas actividades puedes realizar?”.
- **Estación C, edad:** “Un juego requiere tener al menos 13 años. Si x representa la edad, escribe y representa la solución en la recta numérica”.
- **Estación D, desafío de signo negativo:** “Resuelve $-2x + 5 \geq 11$ y comprueba la respuesta con dos valores”.
- **Docente:** Explica que cada grupo debe dejar una solución visible y escribir una pregunta para el grupo siguiente: “¿Cómo comprobarías este resultado?”.
- **Estudiantes:** Resuelven, representan y revisan el trabajo anterior. Si encuentran un error, lo señalan con respeto, escriben la corrección y justifican el cambio.
- **Docente:** Observa especialmente la traducción de “al menos”, el tratamiento de cantidades enteras y la inversión del signo. Hace preguntas, pero evita entregar directamente el procedimiento.

Producto: Cuatro fichas de estación revisadas y un registro de correcciones.

Actividad 7. Diseño de una recomendación para la comunidad escolar: 70 minutos

Objetivos específicos: Crear un modelo con inecuaciones y argumentar una decisión matemática basada en evidencias.

Organización: Grupos de cuatro.

Consigna: “Diseñen una propuesta para una actividad escolar usando al menos dos inecuaciones. Pueden elegir una campaña de reciclaje, una venta saludable, un torneo o una salida educativa”.

- **Docente:** Entrega una plantilla con los apartados: nombre del proyecto, situación, datos disponibles, variables, pregunta de investigación, inecuaciones, resolución, recta numérica, comprobaciones y recomendación final.

- **Estudiantes:** Seleccionan un contexto y establecen datos realistas. Por ejemplo: “El aula dispone de 120 soles; cada planta cuesta 15 soles y deben reservarse 30 soles para macetas”.
- **Estudiantes:** Formulan al menos una condición de máximo y otra de mínimo, escriben las inecuaciones y resuelven mostrando cada operación.
- **Docente:** Revisa cada propuesta con preguntas: “¿La variable está definida?”, “¿El signo representa exactamente la frase?”, “¿La solución tiene sentido en la vida real?”, “¿Qué valor comprueba que la propuesta funciona?”.
- **Estudiantes:** Elaboran un papelote o diapositiva. Incluyen una recta numérica clara y distinguen valores posibles e imposibles.
- **Estudiantes:** Ensayan una explicación de tres minutos en la que todos los integrantes participen.

Producto: Afiche o presentación con una investigación matemática completa.

Actividad 8. Galería matemática y defensa de conclusiones: 30 minutos

Objetivos específicos: Argumentar conclusiones y evaluar procedimientos propios y ajenos.

Organización: Galería grupal y plenaria.

- **Docente:** Organiza la exposición de los productos. Cada grupo presenta durante tres minutos y responde una pregunta de otro equipo.
- **Estudiantes:** Exponen el contexto, la variable, las inecuaciones, la solución y la recomendación. Los visitantes dejan una nota con “una evidencia sólida” y “una pregunta para mejorar”.
- **Docente:** Usa la rúbrica para valorar precisión, representación, comprobación y argumentación. Destaca diferentes estrategias correctas y corrige públicamente solo errores comunes, sin descalificar el trabajo.
- **Estudiantes:** En plenaria responden: “¿Qué hace confiable una solución de inecuación?”.

Diferenciación y transición: 10 minutos

- **Para estudiantes que necesitan apoyo:** ofrecer un banco de palabras, ejemplos de frases y signos, una plantilla con operaciones iniciadas y la posibilidad de explicar la solución oralmente antes de escribirla.
- **Para quienes terminan antes:** pedir que transformen una condición de máximo en otra equivalente y expliquen si ambas tienen el mismo conjunto solución. También pueden representar el problema en GeoGebra.
- **Docente:** Realiza una revisión rápida de los productos y anuncia el cierre: “Ahora resumiremos lo que descubrimos y comprobaremos qué objetivos alcanzamos”.

Fase de Cierre

Tiempo estimado: 15 minutos.

Síntesis colectiva: 5 minutos

El docente dibuja un organizador con cinco casillas: **interpretar, modelar, resolver, representar y comprobar**.

Cada grupo aporta una idea para completar una casilla. Se construye la síntesis:

- Una inecuación expresa una relación de desigualdad.

- La variable representa una cantidad desconocida.
- Al multiplicar o dividir por un número negativo, se invierte el signo.
- La recta numérica muestra todos los valores posibles.
- La respuesta debe interpretarse y comprobarse en el contexto.

Reflexión metacognitiva: 5 minutos

Los estudiantes responden individualmente en una ficha:

- “¿Cómo decidí qué signo usar en mi situación y qué palabra me ayudó?”.
- “¿En qué paso tuve que invertir el signo? ¿Cómo comprobé que lo hice correctamente?”.
- “¿Qué evidencia demuestra que mi respuesta tiene sentido en la situación real?”.

Retroalimentación, transferencia y reto: 5 minutos

Docente: Devuelve una fortaleza y una sugerencia concreta a cada grupo usando la fórmula: “Lograron..., para mejorar necesitan...”. Aplica el ticket de salida: **“Resuelve $-x + 4 \leq 1$, representa la solución y escribe una frase cotidiana que podría describirse con ella”.**

Como transferencia, el docente invita a identificar en casa una frase que contenga “como mínimo”, “como máximo”, “al menos” o “no más de”, y convertirla en una inecuación. El reto consiste en incluir la variable, el signo, una solución y una comprobación.

Evaluación

Estrategia de evaluación

Se aplicará evaluación diagnóstica, formativa y sumativa durante las dos sesiones, considerando tanto el procedimiento como la capacidad de explicar el significado de las respuestas.

Evaluación diagnóstica

Se aplica en la Fase de Inicio de la Sesión 1, durante la situación de los 20 soles, la interpretación de “como máximo” y la clasificación de límites mínimos y máximos. El docente registra ideas previas sobre operaciones, signos y uso de variables.

Evaluación formativa

Se aplica durante las Actividades 1, 2, 3, 4, 5 y 6 mediante observación directa, preguntas guía, revisión entre pares y corrección de procedimientos. Se proporciona retroalimentación inmediata antes de que los estudiantes elaboren el producto final.

Evaluación sumativa

Se aplica en la Actividad 7, mediante el afiche o presentación de investigación, y se complementa con el ticket de salida de la Fase de Cierre de la Sesión 2.

Criterios de evaluación

- **Interpreta los signos de desigualdad** y los relaciona correctamente con frases y representaciones; vinculado al objetivo 1.
- **Define la variable y modela la situación** mediante una o más inecuaciones coherentes; vinculado al objetivo 2.
- **Resuelve correctamente la inecuación**, incluyendo la inversión del signo cuando multiplica o divide por un número negativo; vinculado al objetivo 3.
- **Representa y comprueba el conjunto solución** en la recta numérica, diferenciando límites incluidos y excluidos; vinculado al objetivo 4.
- **Argumenta la conclusión** con lenguaje matemático y evidencias relacionadas con el contexto; vinculado al objetivo 5.

Instrumentos sugeridos

- Lista de cotejo para las Actividades 1, 2, 3 y 4.
- Guía de observación del trabajo colaborativo y la participación en la investigación.
- Rúbrica analítica para el afiche o presentación final.
- Coevaluación mediante notas de la galería matemática.
- Autoevaluación metacognitiva de la Fase de Cierre.
- Ticket de salida individual.

Evidencias de aprendizaje

- Tabla de interpretación de signos y rectas numéricas.
- Ficha de modelación de cuatro situaciones cotidianas.
- Procedimientos razonados con comprobación de valores.
- Fichas de estaciones con correcciones justificadas.
- Afiche o presentación de una investigación contextualizada con inecuaciones.
- Respuestas de reflexión y ticket de salida.