

# Descubriendo el plano: ecuaciones lineales y su gráfica

Matemáticas | Álgebra | Aprendizaje Basado en Problemas

## Descripción

Este plan de clase tiene como propósito que los estudiantes de media (15-17 años) comprendan y apliquen conceptos fundamentales del álgebra relacionados con ecuaciones lineales con dos incógnitas, el procedimiento para solucionarlas y la representación gráfica en el plano cartesiano. A través del análisis de problemas reales, los alumnos explorarán cómo se relacionan las ecuaciones con líneas rectas, identificando los ejes perpendiculares y comprendiendo la ecuación de la recta. Este conocimiento es relevante porque les permite interpretar y modelar situaciones cotidianas y científicas, como trayectorias, costos y relaciones entre variables. La metodología basada en problemas fomenta el pensamiento crítico y la participación activa, asegurando que los estudiantes construyan aprendizajes significativos y transferibles a otros contextos.

## Objetivos de Aprendizaje

- Aplicar la aritmética y álgebra para resolver ecuaciones lineales con dos incógnitas en situaciones prácticas.
- Analizar y representar gráficamente ecuaciones lineales en el plano cartesiano identificando ejes y puntos clave.
- Interpretar la ecuación de la recta y su relación con la pendiente y la intersección con los ejes.
- Resolver problemas contextualizados que involucren el uso de ecuaciones y su gráfica para la toma de decisiones.

## Recursos Necesarios

- Cuadernos y lápices para cada estudiante.
- Calculadoras básicas (1 por cada 2 estudiantes).
- Tablero blanco y marcadores.
- Impresiones de ejercicios y problemas contextualizados (al menos 1 por estudiante).
- Proyector y computadora para mostrar videos y presentaciones.
- Reglas y transportadores para dibujo de gráficos.
- Software o aplicación de geometría dinámica (opcional, ej. GeoGebra).
- Hojas cuadriculadas para graficar.

## Requisitos Previos

- Conocimiento básico de operaciones aritméticas con números enteros y fracciones.
- Familiaridad con el concepto de variable y expresión algebraica.
- Habilidades básicas para interpretar gráficos simples.

- Experiencia previa en resolución de ecuaciones con una incógnita.

## Actividades

### Sesión 1: Introducción y exploración de ecuaciones lineales con dos incógnitas

#### Fase de Inicio

**Tiempo estimado: 15 minutos**

#### Propósito de la sesión:

Conectar conocimientos previos sobre ecuaciones con una incógnita y presentar la importancia de las ecuaciones con dos incógnitas en el mundo real.

#### Activación de conocimientos previos:

- **Docente:** “¿Recuerdan cómo resolvimos ecuaciones con una incógnita? Por ejemplo,  $x + 3 = 7$ . ¿Qué hacemos para encontrar  $x$ ?”
- **Estudiantes:** Responden que despejan la incógnita haciendo operaciones inversas.
- **Docente:** “Ahora imaginen que hay dos incógnitas, ¿cómo creen que podemos resolverlo? Pensemos en situaciones donde esto puede ocurrir.”

#### Motivación y enganche:

- **Docente:** Presenta un problema real: “Imagina que tienes un presupuesto para comprar camisetas y pantalones. El total que gastas depende de cuántas camisetas y pantalones compres. ¿Cómo podríamos expresar eso con una ecuación?”
- **Estudiantes:** Reflexionan y proponen ideas iniciales.

#### Contextualización:

El docente explica que las ecuaciones con dos incógnitas permiten modelar situaciones cotidianas como compras, distancias y tiempos, y que aprenderán a representarlas gráficamente para entender mejor esas relaciones.

#### Fase de Desarrollo

**Tiempo estimado: 90 minutos**

#### Presentación del contenido:

Se introduce el concepto de ecuación lineal con dos incógnitas, por ejemplo:  $ax + by = c$ , explicando qué significa cada término y cómo se relaciona con una línea recta en el plano cartesiano.

#### Actividad 1: Explorando el plano cartesiano y ejes perpendiculares

- **Objetivo:** Analizar el concepto de plano cartesiano y ejes perpendiculares.
- **Instrucciones:**
  - **Docente:** “Vamos a dibujar juntos el plano cartesiano en el tablero y en sus cuadernos. Marquen los ejes x y y e identifiquen dónde se cruzan.”
  - Luego, en parejas, los estudiantes dibujan varios puntos dados (ejemplo: (2,3), (-1,4), (0,-2)) y los ubican en su hoja cuadriculada.
- **Organización:** Parejas.
- **Producto:** Plano cartesiano dibujado con puntos ubicados correctamente.
- **Tiempo:** 30 minutos.
- **Rol docente:** Supervisar, corregir ubicaciones y preguntar “¿Qué observan sobre la relación entre los ejes?”

## Actividad 2: Resolviendo una ecuación lineal con dos incógnitas por sustitución

- **Objetivo:** Aplicar el procedimiento para resolver ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- **Instrucciones:**
  - **Docente:** Presenta la ecuación  $2x + 3y = 12$  y explica que para encontrar soluciones, pueden asignar valores a una incógnita y calcular la otra.
  - En grupos de 3-4, los estudiantes eligen valores para x, calculan y, y llenan una tabla con pares (x,y).
  - Luego, discuten cómo estas soluciones pueden graficarse.
- **Organización:** Grupos de 3-4.
- **Producto:** Tabla de valores y discusión grupal.
- **Tiempo:** 40 minutos.
- **Rol docente:** Guiar, hacer preguntas como “¿Qué pasa si  $x=0$ ? ¿Y si  $y=0$ ?” y verificar cálculos.

## Actividad 3: Graficando la ecuación y relacionándola con la recta

- **Objetivo:** Representar gráficamente la ecuación lineal y comprender la ecuación de la recta.
- **Instrucciones:**
  - El docente explica cómo usar los pares (x,y) para ubicar puntos en el plano y unirlos para formar la recta.
  - Individualmente, los estudiantes grafican los puntos calculados y dibujan la recta correspondiente.
  - Se introduce formalmente la ecuación de la recta en forma general y pendiente-intersección.
- **Organización:** Individual.
- **Producto:** Gráfica de la recta en hoja cuadriculada.
- **Tiempo:** 20 minutos.
- **Rol docente:** Supervisar, corregir, y preguntar “¿Qué representa esta recta? ¿Qué significa la pendiente para ustedes?”

## Diferenciación:

- Para estudiantes que terminan antes: Proponer que calculen y representen gráficamente otra ecuación lineal diferente.
- Para estudiantes que necesitan más apoyo: Trabajar con el docente en parejas para guiar paso a paso el cálculo y graficación, usar ejemplos visuales y manipulativos.

### **Transición a siguiente sesión:**

El docente conecta la actividad de graficación con la próxima sesión donde se profundizará en la interpretación de la pendiente y la intersección con los ejes para resolver problemas más complejos.

## **Fase de Cierre**

### **Tiempo estimado: 15 minutos**

#### **Síntesis:**

Los estudiantes, en plenaria, elaboran un mapa conceptual colectivo con los conceptos de plano cartesiano, ejes, puntos, ecuación lineal y recta.

#### **Reflexión metacognitiva:**

- ¿Cómo relacionan las soluciones de la ecuación con los puntos en la gráfica?
- ¿Por qué es útil representar una ecuación en el plano cartesiano?

#### **Retroalimentación:**

El docente comenta los mapas conceptuales y responde dudas, resaltando los avances y aclarando conceptos erróneos.

#### **Transferencia:**

Se anticipa que en la siguiente sesión se resolverán problemas con ecuaciones lineales aplicadas a situaciones reales usando la gráfica y la pendiente.

#### **Tarea:**

Investigar ejemplos cotidianos donde se puedan usar ecuaciones con dos incógnitas y traer al menos un ejemplo para compartir.

## **Sesión 2: Profundizando en la ecuación de la recta y resolución de problemas**

### **Fase de Inicio**

### **Tiempo estimado: 10 minutos**

#### **Propósito de la sesión:**

Revisar la tarea y reforzar la comprensión de la pendiente y la intersección en la ecuación de la recta.

### **Activación de conocimientos previos:**

- **Docente:** “¿Quién quiere compartir el ejemplo que encontró para una ecuación con dos incógnitas? ¿Cómo creen que la gráfica puede ayudar a entender ese problema?”
- **Estudiantes:** Comparten y comentan.

### **Motivación y enganche:**

Se muestra un video corto (3 minutos) donde se explica la pendiente como inclinación y cómo afecta a la recta, usando ejemplos visuales y cotidianos como rampas o caminos.

### **Contextualización:**

El docente conecta la pendiente con situaciones reales donde se necesita medir cambios y se usa la gráfica para tomar decisiones.

## **Fase de Desarrollo**

### **Tiempo estimado: 100 minutos**

#### **Presentación del contenido:**

Se explica formalmente la pendiente ( $m$ ) y la forma pendiente-intersección de la ecuación de la recta:  $y = mx + b$ , destacando cómo identificar  $m$  y  $b$ .

#### **Actividad 1: Identificando pendiente e intersección**

- **Objetivo:** Analizar la relación entre la forma de la ecuación y la gráfica.
- **Instrucciones:**
  - El docente escribe varias ecuaciones en forma  $y = mx + b$  y pide a los estudiantes que dibujen la gráfica aproximada y determinen la pendiente y el punto de intersección.
  - En grupos, discuten cómo cambia la recta al modificar  $m$  o  $b$ .
- **Organización:** Grupos de 3-4.
- **Producto:** Gráficas y anotaciones sobre pendiente e intersección.
- **Tiempo:** 40 minutos.
- **Rol docente:** Guiar la discusión con preguntas como “Si  $m$  es positivo, ¿cómo es la inclinación? ¿Y si es negativo?”

#### **Actividad 2: Resolviendo un problema contextualizado**

- **Objetivo:** Aplicar la ecuación de la recta para resolver problemas reales.
- **Instrucciones:**

- Se presenta un problema: “Un taxi cobra una tarifa fija de \$5 más \$2 por kilómetro recorrido. Escribe la ecuación que representa el costo total y gráficala.”
- Individualmente, los estudiantes escriben la ecuación, calculan costos para varios kilómetros y grafican la recta.
- Posteriormente, en plenaria, comparan resultados y discuten la interpretación de la pendiente y la intersección.
- **Organización:** Individual y plenaria.
- **Producto:** Ecuación, tabla de valores y gráfica.
- **Tiempo:** 60 minutos.
- **Rol docente:** Orientar, resolver dudas y promover la reflexión sobre la interpretación del problema.

### **Diferenciación:**

- Para estudiantes avanzados: Proponer que formulen y resuelvan un problema similar pero con diferentes tarifas o condiciones.
- Para estudiantes con dificultades: Trabajar en parejas con guía paso a paso y ejemplos más sencillos.

### **Transición:**

El docente prepara a los estudiantes para construir y graficar rectas a partir de diferentes formas de ecuación en la próxima sesión.

## **Fase de Cierre**

### **Tiempo estimado: 10 minutos**

### **Síntesis:**

Se realiza un breve quiz oral con preguntas como “¿Qué representa la pendiente en una gráfica de una situación real?” y “¿Qué indica la intersección con el eje y?”

### **Reflexión metacognitiva:**

- ¿Cómo me ayudó graficar para entender el problema?
- ¿Qué significan la pendiente y la intersección en el contexto del problema?

### **Retroalimentación:**

El docente corrige respuestas y aclara conceptos en función de la participación.

### **Transferencia:**

Se anticipa que la próxima sesión se enfocará en resolver ecuaciones lineales con dos incógnitas usando métodos algebraicos y gráficas para consolidar el aprendizaje.

### **Tarea:**

Resolver dos problemas similares con diferentes contextos de costo o distancia, escribiendo la ecuación y dibujando la gráfica.

### **Sesión 3: Resolución de ecuaciones y análisis gráfico para toma de decisiones**

#### **Fase de Inicio**

**Tiempo estimado: 10 minutos**

##### **Propósito de la sesión:**

Revisar la tarea para consolidar el manejo de ecuaciones y gráficas y presentar métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales.

##### **Activación de conocimientos previos:**

- **Docente:** “¿Quién quiere mostrar su solución a los problemas de la tarea? ¿Qué les pareció más sencillo: calcular la ecuación o graficar?”
- **Estudiantes:** Comparten sus experiencias y resultados.

##### **Motivación y enganche:**

Se plantea un reto: “Si tienes dos servicios de taxi con tarifas distintas, ¿cómo decides cuál te conviene? Vamos a usar ecuaciones y gráficas para descubrirlo.”

##### **Contextualización:**

El docente conecta la resolución de sistemas de ecuaciones con la toma de decisiones en la vida cotidiana.

#### **Fase de Desarrollo**

**Tiempo estimado: 100 minutos**

##### **Presentación del contenido:**

Se introduce el método gráfico para resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y se explica cuándo y cómo aplicarlo.

##### **Actividad 1: Resolución gráfica de sistemas de ecuaciones**

- **Objetivo:** Aplicar el método gráfico para encontrar soluciones de sistemas de ecuaciones lineales.
- **Instrucciones:**
  - El docente presenta el sistema:
$$y = 2x + 3$$
$$y = -x + 6$$

- En parejas, los estudiantes calculan varios puntos para cada ecuación, grafican ambas rectas y determinan el punto de intersección.
- Discuten qué significa ese punto en el contexto de las ecuaciones.
- **Organización:** Parejas.
- **Producto:** Gráficas de ambas rectas y coordenadas del punto solución.
- **Tiempo:** 45 minutos.
- **Rol docente:** Supervisar, guiar preguntas como “¿Por qué la intersección es solución? ¿Qué pasa si no se intersectan?”

## Actividad 2: Resolviendo un problema de decisión con sistemas de ecuaciones

- **Objetivo:** Resolver un problema contextualizado usando sistemas de ecuaciones y análisis gráfico.
- **Instrucciones:**
  - Se plantea: “Dos compañías de taxis cobran tarifas diferentes. La Compañía A cobra \$5 más \$2 por km, la Compañía B cobra \$3 más \$2.5 por km. ¿A partir de qué distancia conviene cada compañía?”
  - En grupos, escriben las ecuaciones, grafican y encuentran el punto de intersección.
  - Discuten el resultado y su significado.
- **Organización:** Grupos de 3-4.
- **Producto:** Ecuaciones, gráficas y análisis escrito.
- **Tiempo:** 50 minutos.
- **Rol docente:** Facilitar, aclarar dudas y promover la reflexión sobre decisiones basadas en matemáticas.

## Diferenciación:

- Para estudiantes que avanzan rápido: Proponer resolver sistemas con más variables o en contexto diferente.
- Para quienes necesitan apoyo: Trabajar con ejemplos guiados y usar software de geometría para visualizar las gráficas.

## Transición:

El docente prepara a los estudiantes para la actividad de cierre donde consolidarán todo lo aprendido mediante una reflexión y síntesis.

## Fase de Cierre

### Tiempo estimado: 10 minutos

### Síntesis:

Se elabora un resumen colaborativo en el tablero con los pasos para resolver ecuaciones lineales, graficarlas y usar sistemas para resolver problemas.

### **Reflexión metacognitiva:**

- ¿Qué pasos sigo para resolver una ecuación lineal con dos incógnitas?
- ¿Cómo me ayuda la gráfica a interpretar la solución?
- ¿En qué situaciones puedo usar estos conocimientos fuera del aula?

### **Retroalimentación:**

El docente proporciona retroalimentación inmediata basada en la participación y el resumen, aclarando dudas finales.

### **Transferencia:**

Se invita a los estudiantes a identificar otras situaciones reales donde puedan aplicar ecuaciones y gráficas para resolver problemas.

### **Tarea final:**

Resolver un problema de su interés, escribir la ecuación, graficar y explicar la solución, para presentar en la siguiente clase.

## **Evaluación**

### **Tipo de evaluación:**

- **Diagnóstica:** Activación de conocimientos previos en la sesión 1 para identificar saberes y dificultades iniciales.
- **Formativa:** Durante las actividades de desarrollo en las tres sesiones, mediante observación directa, discusión grupal y revisión de productos (tablas, gráficas, mapas conceptuales).
- **Sumativa:** Cierre de la sesión 3 con la síntesis colaborativa y la tarea final donde aplican de manera integral lo aprendido.

### **Criterios de evaluación:**

- Resuelve correctamente ecuaciones lineales con dos incógnitas aplicando procedimientos aritméticos y algebraicos. (Objetivo 1)
- Representa y ubica puntos y rectas en el plano cartesiano de forma adecuada. (Objetivo 2)
- Identifica y explica la pendiente y la intersección en la ecuación de la recta. (Objetivo 3)
- Aplica el método gráfico para resolver sistemas de ecuaciones en contextos reales. (Objetivo 4)

### **Instrumentos sugeridos:**

- Lista de cotejo para observar participación, manejo de conceptos y procedimientos.
- Rúbrica para evaluar calidad de gráficas, tablas y análisis escrito.
- Portafolio con evidencias de actividades realizadas.
- Autoevaluación y coevaluación para reflexión metacognitiva.

### **Evidencias de aprendizaje:**

- Tablas de valores para ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Gráficas de rectas en el plano cartesiano.
- Mapas conceptuales y resúmenes elaborados en clase.
- Análisis y resolución de problemas contextualizados con ecuaciones y gráficas.
- Tareas escritas con aplicación integral del contenido.