

Descubriendo las Funciones: De la Máquina al Mundo Real

Matemáticas | Álgebra | Aprendizaje Basado en Problemas

Descripción

Este plan de clase tiene como propósito que los estudiantes comprendan profundamente la noción de función, función lineal y función afín mediante actividades prácticas y contextualizadas. A través de la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas, los alumnos explorarán cómo las funciones modelan cambios constantes en diversas situaciones, desde máquinas imaginarias hasta ejemplos reales como el cálculo de intereses simples. Aprenderán a representar funciones usando tablas, reglas algebraicas, gráficos en el plano cartesiano y diagramas de Venn, utilizando tanto métodos manuales como herramientas digitales. Este conocimiento es fundamental para desarrollar pensamiento crítico y habilidades matemáticas aplicables en la vida diaria, la ciencia y otras asignaturas. Al final, los estudiantes serán capaces de resolver problemas reales, trasladar funciones en gráficos y generalizar la función afín como una función lineal más una constante, fortaleciendo así su capacidad para analizar relaciones cuantitativas en contextos variados.

Objetivos de Aprendizaje

- Analizar y representar la noción de función mediante tablas, reglas y metáforas de máquinas para identificar el cambio lineal entre variables.
- Construir y graficar funciones lineales y afines en el plano cartesiano, tanto manualmente como con software educativo.
- Generalizar la función afín como la suma de una función lineal y una constante, interpretando el efecto de traslaciones en el gráfico.
- Determinar el cambio constante entre intervalos de funciones afines usando representaciones simbólicas y gráficas.
- Aplicar la función afín para resolver problemas contextualizados, incluyendo situaciones de interés simple y otras de la vida cotidiana.

Recursos Necesarios

- Pizarrón y marcadores de colores.
- Hojas cuadriculadas y lápices para cada estudiante.
- Reglas y calculadoras científicas.
- Computadora con software educativo para graficar funciones (GeoGebra o similar) – al menos 1 por cada 3 estudiantes.
- Proyector para mostrar videos cortos y ejemplos visuales.
- Impresiones de tablas de valores y diagramas de Venn para actividades manipulativas.

- Material audiovisual breve sobre aplicaciones de funciones en la vida diaria.

Requisitos Previos

- Conocimiento básico de operaciones aritméticas y algebraicas simples.
- Familiaridad con la representación de datos en tablas y gráficos en plano cartesiano.
- Habilidad para interpretar relaciones entre variables a través de ejemplos cotidianos.
- Experiencia previa con conceptos elementales de ecuaciones y variables.

Actividades

Sesión 1: Introducción a la noción de función y funciones lineales

Fase de Inicio

Tiempo estimado: 15 minutos

Propósito de la sesión:

Entender qué es una función mediante ejemplos concretos y activar conocimientos previos sobre relaciones entre variables.

Activación de conocimientos previos:

- **Docente:** "¿Recuerdan cuando decíamos que a cada número le corresponde otro? Por ejemplo, si tengo 2 manzanas y compro 3 más, ¿cuántas tengo? ¿Podemos decir que a cada 'cantidad inicial' le corresponde una 'cantidad final'? ¿Cómo lo representarían?"
- **Estudiantes:** Responden y discuten ejemplos similares.

Motivación y enganche:

- **Docente:** Presenta un video corto (2 minutos) sobre máquinas ficticias que transforman números de entrada en números de salida (metáfora máquina de funciones).
- **Estudiantes:** Observan y reflexionan sobre cómo la máquina cambia el número.

Contextualización:

- **Docente:** Explica que las funciones son como máquinas que relacionan números y que entender estas relaciones nos ayuda a resolver problemas reales, como calcular precios, distancias o intereses.
- **Estudiantes:** Participan con ejemplos de su vida cotidiana donde una cantidad depende de otra.

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado: 90 minutos

Presentación del contenido:

Introducir la función como relación entre dos conjuntos y el cambio lineal, usando tablas, reglas y metáforas de máquinas.

Actividades de aprendizaje activo:

Actividad 1: "La máquina de números"

- **Objetivo:** Comprender la función como relación y cambio lineal usando metáfora máquina.
- **Instrucciones:**
 - Dividir la clase en grupos de 3-4 estudiantes.
 - Entregar a cada grupo una tabla con números de entrada (x) y salida (y) que siguen una regla lineal (ejemplo: $y = 2x + 1$).
 - Los estudiantes deben descubrir la regla que transforma x en y y explicarla en palabras sencillas.
 - Simular que son "máquinas" que reciben un número y dicen la salida correspondiente.
- **Organización:** Grupos
- **Producto:** Regla descubierta y tabla completada.
- **Tiempo:** 30 minutos
- **Rol docente:** Observar, hacer preguntas como "¿Qué patrón ven entre x y y?", "¿Cómo describirían la regla en sus propias palabras?"

Actividad 2: Representación gráfica manual

- **Objetivo:** Representar la función lineal en el plano cartesiano y relacionar gráficamente la regla.
- **Instrucciones:**
 - Cada grupo dibuja el plano cartesiano en hojas cuadriculadas.
 - Grafican los pares (x,y) de la tabla anterior.
 - Discuten cómo la gráfica refleja la regla y el cambio constante.
- **Organización:** Grupos
- **Producto:** Gráfica dibujada y explicación oral.
- **Tiempo:** 30 minutos
- **Rol docente:** Guiar con preguntas: "¿Qué forma tiene la gráfica?", "¿Qué significa que la gráfica sea una línea recta?"

Actividad 3: Diagramas de Venn para funciones

- **Objetivo:** Visualizar la relación función como correspondencia única entre conjuntos.
- **Instrucciones:**

- Entregar diagramas de Venn en blanco.
- Los estudiantes colocan números en conjunto x (dominio) y los correspondientes en y (imagen), uniendo con flechas para mostrar la función.
- Identifican si la relación es función o no.
- **Organización:** Individual o parejas
- **Producto:** Diagrama con flechas y justificación.
- **Tiempo:** 30 minutos
- **Rol docente:** Preguntar "¿Cada elemento del dominio tiene sólo una imagen? ¿Qué pasa si no es así?"

Diferenciación

- Estudiantes con rapidez: Proponer que creen sus propias reglas lineales y construyan tablas y gráficas para que sus compañeros las resuelvan.
- Estudiantes que necesitan apoyo: Trabajar con el docente en ejemplos más sencillos y usar manipulativos para representar las relaciones numéricas.

Transición

Conectar el concepto de función lineal con la idea de funciones que incluyen un término constante (introducción a la función afín), anticipando la siguiente sesión.

Fase de Cierre

Tiempo estimado: 15 minutos

Síntesis:

- Realizar un mapa mental colectivo en el pizarrón con los conceptos aprendidos sobre función y función lineal.

Reflexión metacognitiva:

- ¿Qué es una función y cómo la representamos?
- ¿Cómo entendieron la metáfora de la máquina para explicar la función?
- ¿Por qué creen que la gráfica de una función lineal es una línea recta?

Retroalimentación:

- El docente comenta los mapas mentales, corrige conceptos y refuerza lo positivo.

Transferencia:

- Invitar a pensar en situaciones donde la cantidad cambia sumando o multiplicando, como el dinero o distancias, para la próxima sesión.

Sesión 2: Función afín y su representación gráfica

Fase de Inicio

Tiempo estimado: 10 minutos

Propósito de la sesión:

Comprender la función afín como una función lineal más una constante y cómo esto afecta su gráfica.

Activación de conocimientos previos:

- **Docente:** Pregunta: "¿Qué pasa si a la función que vimos ($y=2x$) le sumamos 3? ¿Cómo cambiará la tabla y la gráfica?"
- **Estudiantes:** Expresan hipótesis y discuten brevemente.

Motivación y enganche:

- **Docente:** Muestra gráficas superpuestas de $y=2x$ y $y=2x+3$ para que los estudiantes observen diferencias.
- **Estudiantes:** Observan y describen cambios.

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado: 100 minutos

Presentación del contenido:

Explicar la función afín y el efecto de la constante en la gráfica (traslación vertical).

Actividades de aprendizaje activo:

Actividad 1: Construcción y análisis de tablas con función afín

- **Objetivo:** Generalizar la función afín y observar el efecto de la constante en tabla y gráfica.
- **Instrucciones:**
 - En grupos, completar tablas de valores para funciones como $y=3x+2$, $y=-x+4$.
 - Comparar con tablas de funciones lineales sin constante.
 - Discutir el patrón observado y la diferencia en los valores de y .
- **Organización:** Grupos
- **Producto:** Tablas completadas y discusión escrita.
- **Tiempo:** 40 minutos
- **Rol docente:** Preguntar "¿Qué sucede con y cuando $x=0$? ¿Qué indica la constante?"

Actividad 2: Graficar funciones afines y traslación de funciones lineales

- **Objetivo:** Representar gráficamente funciones afines y analizar traslaciones.
- **Instrucciones:**
 - Usar software GeoGebra para graficar funciones lineales y sus respectivas funciones afines.
 - Observar cómo la gráfica se traslada verticalmente por la constante.
 - En hojas, dibujar a mano estas gráficas para reforzar el aprendizaje.
- **Organización:** Grupos de 3 estudiantes
- **Producto:** Capturas de pantalla o dibujos de gráficas con notas explicativas.
- **Tiempo:** 50 minutos
- **Rol docente:** Guiar el uso del software, preguntar "¿Cómo cambia la gráfica si aumentamos o disminuimos la constante?"

Actividad 3: Identificación del cambio constante

- **Objetivo:** Determinar el cambio constante entre intervalos y expresarlo simbólicamente.
- **Instrucciones:**
 - Presentar intervalos de x y calcular el cambio en y usando funciones afines dadas.
 - Explicar cómo el coeficiente de x representa el cambio constante.
 - Resolver ejercicios simbólicos y gráficos.
- **Organización:** Individual
- **Producto:** Ejercicios resueltos y explicaciones.
- **Tiempo:** 10 minutos
- **Rol docente:** Revisar ejercicios, aclarar dudas.

Diferenciación

- Estudiantes avanzados: Proponer funciones afines con coeficientes fraccionarios o negativos para graficar y analizar.
- Estudiantes con dificultades: Apoyo personalizado en software y ejercicios de cálculo con números enteros positivos.

Transición

Conectar la función afín con un problema real: cálculo de interés simple, para la próxima sesión.

Fase de Cierre

Tiempo estimado: 10 minutos

Síntesis:

- Resumen grupal en pizarrón: "¿Qué es una función afín y cómo se relaciona con la función lineal?"

Reflexión metacognitiva:

- ¿Cómo afecta la constante en la función afín a la gráfica?
- ¿Por qué es importante identificar el cambio constante en una función?

Retroalimentación:

- Comentarios y aclaraciones finales del docente basados en las respuestas y productos.

Transferencia:

- Invitar a pensar en situaciones donde se agregue una cantidad fija a un cambio proporcional (intereses, costos fijos, etc.).

Sesión 3: Función afín aplicada y traslación en el plano cartesiano

Fase de Inicio

Tiempo estimado: 10 minutos

Propósito de la sesión:

Identificar cómo se traslada una función lineal para formar una función afín y conectar con aplicaciones reales.

Activación de conocimientos previos:

- **Docente:** "¿Recuerdan cómo se ve una función lineal y cómo se transforma en función afín? ¿Qué significa trasladar una gráfica?"
- **Estudiantes:** Responden y revisan conceptos.

Motivación y enganche:

- **Docente:** Presentar un problema breve: "Un restaurante cobra \$50 de entrada y \$10 por plato. ¿Cómo modelarían el costo total?"
- **Estudiantes:** Plantean ideas y discuten.

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado: 100 minutos

Presentación del contenido:

Explorar la traslación de funciones lineales para formar funciones afines y resolver problemas contextualizados.

Actividades de aprendizaje activo:

Actividad 1: Trasladando gráficas en GeoGebra

- **Objetivo:** Visualizar y realizar traslaciones verticales de funciones lineales para obtener funciones afines.

- **Instrucciones:**

- En parejas, usar GeoGebra para graficar $y=2x$ y luego trasladarla sumando diferentes constantes ($y=2x+3$, $y=2x-4$).
- Observar y anotar cómo cambia la posición de la gráfica.

- **Organización:** Parejas

- **Producto:** Capturas de pantalla y notas explicativas.

- **Tiempo:** 40 minutos

- **Rol docente:** Guiar, preguntar "¿Qué sucede con el punto donde $x=0$?", "¿Cómo se llama este punto en la función?"

Actividad 2: Resolviendo problemas con función afín

- **Objetivo:** Aplicar la función afín para modelar y resolver problemas cotidianos.

- **Instrucciones:**

- Presentar problemas como el del restaurante, cálculo de interés simple, o costo fijo más variable.
- En grupos, formular la función afín que modela la situación.
- Resolver preguntas: ¿Cuál es el costo para 5 platos? ¿Qué pasa si no se consume nada?

- **Organización:** Grupos

- **Producto:** Función planteada, cálculos y conclusiones escritas.

- **Tiempo:** 50 minutos

- **Rol docente:** Supervisar, estimular razonamientos y verificar comprensión.

Actividad 3: Representación gráfica manual del problema

- **Objetivo:** Graficar manualmente la función afín obtenida y analizar la interpretación de los puntos.

- **Instrucciones:**

- Cada grupo dibuja la función afín que modela su problema en papel cuadriculado.
- Identifican el intercepto y la pendiente y explican su significado.

- **Organización:** Grupos

- **Producto:** Gráfica y explicación escrita.

- **Tiempo:** 10 minutos

- **Rol docente:** Reforzar la interpretación del gráfico y su relación con el problema.

Diferenciación

- Estudiantes que terminan antes: Crear problemas con diferentes costos fijos y variables para que sus compañeros los resuelvan.
- Estudiantes con dificultades: Ejercicios guiados con apoyo visual y manipulativos.

Transición

Preparar para profundizar en el cambio constante y relación con interés simple en la siguiente sesión.

Fase de Cierre

Tiempo estimado: 10 minutos

Síntesis:

- Discusión en plenaria sobre qué representa cada parte de la función afín en el contexto del problema.

Reflexión metacognitiva:

- ¿Cómo identificaron la constante y la pendiente en su problema?
- ¿Qué significado tiene el intercepto en la vida real?

Retroalimentación:

- Comentarios personalizados y corrección de conceptos erróneos.

Transferencia:

- Invitar a buscar en su entorno ejemplos de situaciones con costos fijos y variables para compartir en la próxima sesión.

Sesión 4: Cambio constante y función afín en contextos reales

Fase de Inicio

Tiempo estimado: 10 minutos

Propósito de la sesión:

Entender y calcular el cambio constante en funciones afines y relacionarlo con situaciones reales, como el interés simple.

Activación de conocimientos previos:

- **Docente:** Pregunta: "¿Recuerdan cómo vimos que en la función afín el cambio en y es constante? ¿Cómo creen que esto se aplica en la vida real?"
- **Estudiantes:** Discuten y recuerdan ejemplos anteriores.

Motivación y enganche:

- **Docente:** Presenta un video corto sobre cálculo de interés simple en un banco.
- **Estudiantes:** Observan y reflexionan.

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado: 100 minutos

Presentación del contenido:

Explicar cambio constante en función afín y su interpretación en interés simple y otras aplicaciones.

Actividades de aprendizaje activo:

Actividad 1: Cálculo del cambio constante en tablas

- **Objetivo:** Identificar y calcular el cambio constante en tablas de funciones afines.
- **Instrucciones:**
 - Entregar tablas con valores de x e y para funciones afines.
 - Calcular la diferencia entre valores consecutivos de y y verificar que es constante.
 - Relacionar el valor con la pendiente de la función.
- **Organización:** Individual
- **Producto:** Tabla completa con cálculos y conclusiones.
- **Tiempo:** 30 minutos
- **Rol docente:** Supervisar, guiar y preguntar "¿Qué indica esta constancia en las diferencias?"

Actividad 2: Modelando interés simple con función afín

- **Objetivo:** Aplicar función afín para calcular interés simple y entender su relación con cambio constante.
- **Instrucciones:**
 - Presentar el problema: capital inicial, tasa de interés y tiempo.
 - Formular la función afín que calcula el monto acumulado: $M = C + C \cdot r \cdot t$.
 - Construir tablas y graficar la función.
- **Organización:** Grupos
- **Producto:** Función planteada, tabla y gráfica.
- **Tiempo:** 50 minutos
- **Rol docente:** Asistir, preguntar "¿Qué representa la constante y la parte variable aquí?"

Actividad 3: Debate y análisis

- **Objetivo:** Reflexionar sobre la utilidad de funciones afines en la vida real.
- **Instrucciones:**
 - En plenaria, discutir cómo otras situaciones se pueden modelar con funciones afines.
 - Ejemplos aportados por estudiantes.
- **Organización:** Plenaria

- **Producto:** Lista de aplicaciones reales.
- **Tiempo:** 20 minutos
- **Rol docente:** Moderar y ampliar ejemplos.

Diferenciación

- Apoyo extra con ejemplos visuales y manipulativos para estudiantes que lo requieran.
- Desafíos adicionales para estudiantes avanzados con tasas de interés variables.

Transición

Preparar a los estudiantes para resolver problemas complejos y consolidar lo aprendido en la siguiente sesión.

Fase de Cierre

Tiempo estimado: 10 minutos

Síntesis:

- Resumen con un esquema en la pizarra sobre cambio constante y su significado en interés simple y funciones afines.

Reflexión metacognitiva:

- ¿Cómo identifican el cambio constante en una función afín?
- ¿Por qué es útil la función afín para calcular interés simple?

Retroalimentación:

- Retroalimentación oral inmediata revisando conceptos clave.

Transferencia:

- Invitar a observar y traer ejemplos de funciones en contextos cotidianos para la última sesión.

Sesión 5: Síntesis, aplicación práctica y reflexión final

Fase de Inicio

Tiempo estimado: 15 minutos

Propósito de la sesión:

Conectar y consolidar los conceptos de función, función lineal y función afín con aplicaciones reales y reflexionar sobre el aprendizaje.

Activación de conocimientos previos:

- **Docente:** Preguntar: "¿Qué ejemplos de funciones encontraron en su entorno?"
- **Estudiantes:** Comparten ejemplos y describen la función asociada.

Motivación y enganche:

- **Docente:** Proponer un reto: "Resolveremos un problema que integra lo aprendido."
- **Estudiantes:** Se motivan para aplicar todo lo visto.

Fase de Desarrollo

Tiempo estimado: 90 minutos

Presentación del contenido:

Resolver problemas complejos que involucren función lineal y afín, análisis gráfico y simbólico.

Actividades de aprendizaje activo:

Actividad 1: Resolución de problemas integradores

- **Objetivo:** Aplicar funciones lineales y afines para resolver problemas reales y representarlos gráficamente.
- **Instrucciones:**
 - Presentar problemas que involucren costos fijos y variables, cálculo de intereses y desplazamiento de gráficas.
 - Trabajar en grupos para plantear funciones, construir tablas, graficar y responder preguntas.
- **Organización:** Grupos de 4 estudiantes
- **Producto:** Solución completa con función, tabla, gráfica y análisis.
- **Tiempo:** 60 minutos
- **Rol docente:** Supervisar, orientar y promover reflexión crítica con preguntas guiadas.

Actividad 2: Presentación y discusión

- **Objetivo:** Comunicar y argumentar soluciones matemáticas basadas en funciones.
- **Instrucciones:**
 - Cada grupo presenta su solución al resto de la clase.
 - Se promueve debate y preguntas entre pares.
- **Organización:** Plenaria
- **Producto:** Presentaciones orales y discusión.
- **Tiempo:** 30 minutos
- **Rol docente:** Facilitar la discusión, corregir y reforzar aprendizajes.

Fase de Cierre

Tiempo estimado: 15 minutos

Síntesis:

- Realizar un ticket de salida donde cada estudiante escriba tres cosas que aprendió sobre funciones y cómo las aplicará.

Reflexión metacognitiva:

- ¿Cómo me ayudaron las tablas, reglas y gráficas a entender las funciones?
- ¿Por qué es importante comprender la función afín en problemas reales?
- ¿Qué dificultades tuve y cómo las superé?

Retroalimentación:

- Revisión rápida de tickets, comentarios y cierre positivo del docente.

Transferencia:

- Invitar a aplicar funciones en otras asignaturas y situaciones cotidianas, observando patrones y relaciones.

Tarea:

- Buscar y traer un ejemplo adicional de función en su entorno y describir cómo se representa.

Evaluación

Tipo de evaluación:

- **Diagnóstica:** Al inicio de la sesión 1, mediante preguntas activadoras para conocer conocimientos previos.
- **Formativa:** Durante todas las sesiones, observando participación, productos de actividades (tablas, gráficas, discusiones) y respuestas a preguntas guía.
- **Sumativa:** En la sesión 5, a través de la resolución integral de problemas y presentaciones grupales, además del ticket de salida individual.

Criterios de evaluación:

- Identifica y representa correctamente la función como relación única entre variables (Objetivo MA08 OA 07).
- Construye y grafica funciones lineales y afines usando tablas, reglas y gráficos (Objetivo MA08 OA 07 y 10).
- Generaliza la función afín como suma de una función lineal y una constante, interpretando traslaciones gráficas (Objetivo MA08 OA 10).
- Determina el cambio constante en intervalos y lo representa simbólica y gráficamente (Objetivo MA08 OA 10).
- Aplica funciones afines para resolver problemas contextualizados, explicando resultados (Objetivo MA08 OA 10).

Instrumentos sugeridos:

- Lista de cotejo para observación de participación y comprensión durante actividades.

- Rúbrica para evaluar tablas, gráficas y explicaciones en actividades escritas y orales.
- Autoevaluación y coevaluación en presentaciones grupales.
- Revisión del ticket de salida para evaluar comprensión individual.

Evidencias de aprendizaje:

- Tablas completadas que muestran comprensión de la relación función y cambio lineal.
- Gráficas manuales y digitales que reflejan funciones lineales y afines correctamente.
- Reglas algebraicas claras para funciones lineales y afines.
- Resolución de problemas contextualizados con análisis escrito y presentación oral.
- Reflexiones y respuestas en tickets de salida que muestran metacognición del aprendizaje.