

# Introducción a vectores en dos dimensiones

Ciencias Naturales | Física

## Descripción del Curso

Este curso de Física, destinado a estudiantes a partir de los 17 años, propone una visión integral de la cinemática y del análisis vectorial, enfocándose en la capacidad de modelar y resolver situaciones del mundo real. A lo largo de las unidades, los alumnos consolidarán una comprensión sólida de conceptos fundamentales como magnitud, dirección y ángulo, y aprenderán a manipular vectores para describir movimientos. En la Unidad 8, Proyección de vectores y aplicaciones en cinemática 2D, se profundiza en la proyección de vectores sobre ejes y sobre otros vectores, y se aplican estos conceptos a problemas de cinemática en 2D, como la descomposición de velocidades y desplazamientos en componentes direccionales. El objetivo es que el estudiante pueda proyectar un vector sobre un eje y/o sobre otro vector y aplicar este concepto en problemas de cinemática en 2D, interpretando físicamente el significado de las proyecciones en contextos de movimiento. El curso combina explicación teórica, ejercicios prácticos y actividades de transferencia a situaciones cotidianas (por ejemplo, análisis de trayectorias, inclinación de planos y resolución de problemas de navegación) para favorecer la comprensión conceptual y la habilidad de modelar fenómenos reales con herramientas vectoriales. Se favorece un enfoque activo que promueve el razonamiento crítico, la comunicación de ideas físicas y matemáticas, y la capacidad de trabajar en equipo para plantear, resolver y justificar soluciones. Aunque la Unidad 8 es un componente central, la materia se diseña como una progresión que conecta vectores con cinemática 2D y con aplicaciones en ingeniería y tecnología, brindando al estudiante la oportunidad de aplicar lo aprendido en situaciones de la vida diaria y en proyectos escolares. Este marco pedagógico está orientado a fomentar la curiosidad científica, la precisión conceptual y la transferencia de conocimientos a contextos prácticos y colaborativos.

## Competencias

- Comprender y aplicar el concepto de proyección de vectores sobre ejes y sobre otros vectores, con interpretación física en cinemática 2D.
- Descomponer velocidades y desplazamientos en componentes 2D para resolver problemas de movimiento de manera estructurada.
- Resolver problemas cinemáticos reales articulando modelos vectoriales, cálculos y razonamiento físico.
- Analizar críticamente situaciones de movimiento y justificar las decisiones de modelado y las soluciones propuestas.
- Comunicar de forma clara ideas, procedimientos y resultados, tanto de forma oral como escrita, con lenguaje físico y matemático adecuado.
- Trabajar de forma colaborativa para plantear, discutir y validar soluciones a problemas de cinemática.
- Aplicar conceptos aprendidos a contextos tecnológicos o de ingeniería, reforzando la transferencia de aprendizaje.

## Requerimientos

- Conocimientos previos: vectores, magnitud, dirección, componentes, trigonometría básica y álgebra elemental.
- Materiales: cuaderno o libreta, calculadora científica, y acceso a recursos digitales o simuladores cuando sea posible.
- Recursos tecnológicos: conexión a internet y plataforma educativa para tareas y ejercicios (recomendados, no obligatorios).
- Habilidades: lectura comprensiva de enunciados, razonamiento lógico, capacidad de trabajar en equipo y capacidad de comunicar resultados de forma clara.
- Evaluación y entregas: entrega puntual de ejercicios, participación en actividades en clase y participación en evaluaciones formativas y/o sumativas.

## Unidades del Curso

### Unidad 1: Unidad 1: Conceptos fundamentales de vectores en dos dimensiones

#### Objetivos de Aprendizaje

- Distinguir entre vectores y magnitudes escalares en contextos físicos.
- Identificar y explicar las tres características de un vector: magnitud, dirección y sentido.
- Representar un vector en el plano cartesiano a partir de su magnitud y dirección o a partir de sus componentes.

#### Contenidos Temáticos

##### 1. Concepto de vector y su diferencia respecto a una magnitud escalar

Descripción corta: un vector tiene magnitud, dirección y sentido; una magnitud escalar solo tiene magnitud.

##### 2. Componentes clave: magnitud, dirección y sentido

Descripción corta: cada vector se describe por su longitud, la línea de acción y la dirección en la que apunta.

##### 3. Representación en el plano cartesiano

Descripción corta: uso de flechas para representar vectores y ubicación en el sistema de ejes.

#### Actividades

##### • Actividad 1: Explorando vectores en el mundo real

Descripción: identificar vectores en situaciones cotidianas (dirección de una caminata, velocidad de un tren) y distinguirlos de magnitudes escalares.

- Puntos clave: reconocer magnitud, dirección y sentido; distinguir entre vector y escalar.
- Aprendizajes: comprensión conceptual de lo que es un vector.

Conclusiones: los estudiantes pueden justificar por qué ciertas magnitudes deben tratarse como vectores y otros como escalares.

### • Actividad 2: Representación en papel

Descripción: dibujar vectores de diferentes magnitudes y direcciones en un plano; identificar su magnitud, dirección y sentido a partir del dibujo.

- Puntos clave: lectura gráfica de vectores; interpretación de dirección y sentido.
- Aprendizajes: habilidad para trasladar información entre la representación gráfica y la descripción verbal.

Conclusiones: se refuerza la relación entre la representación gráfica y la descripción numérica.

### • Actividad 3: Comparación entre vectores y escalares

Descripción: clasificar una lista de magnitudes como vectores o escalares y justificar cada clasificación.

- Puntos clave: criterios de clasificación; aplicación de conceptos a problemas simples.
- Aprendizajes: consolidación de la distinción entre magnitud y vector.

Conclusiones: criterios claros para identificar vectores en contextos físicos.

## Evaluación

- Rúbrica corta para identificar si una magnitud es vectorial o escalar y justificar la clasificación (Objetivo General).
- Ejercicios cortos de reconocimiento: describir magnitud, dirección y sentido de vectores dados.

## Unidad 2: Componentes de un vector: $x$ e $y$ a partir de magnitud y ángulo

### Objetivos de Aprendizaje

- Expresar un vector en forma de componentes  $x$  e  $y$  empleando  $r \cos \theta$  y  $r \sin \theta$ .
- Aplicar las funciones trigonométricas para obtener las componentes en diferentes cuadrantes.
- Interpretar el signo de las componentes según el cuadrante al que pertenezca el ángulo.

### Contenidos Temáticos

#### 1. Representación de un vector por magnitud y ángulo respecto al eje $x$

Descripción corta: un vector se describe por su magnitud  $r$  y su ángulo  $\theta$  medido desde el eje  $x$  positivo.

#### 2. Componentes $x$ e $y$ : $x = r \cos \theta$ , $y = r \sin \theta$

Descripción corta: uso de coseno y seno para obtener las proyecciones del vector en cada eje.

#### 3. Signos y cuadrantes

Descripción corta: cómo cambian las señales de  $x$  e  $y$  según el cuadrante donde caiga  $\theta$ .

## Actividades

### • Actividad 1: Descomposición por componentes

Descripción: dado un vector con magnitud y ángulo, calcular sus componentes y representarlo en el plano.

- Puntos clave: fórmulas  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$ ; interpretación de resultados.
- Aprendizajes: habilidad de pasar de magnitud/ángulo a componentes numéricas.

Conclusiones: las componentes permiten manipular vectores algebraicamente.

#### • Actividad 2: Cuadrantes y signos

Descripción: ejercicios con ángulos en distintos cuadrantes para identificar signos de  $x$  e  $y$ .

- Puntos clave: relación entre ángulo y signos de las componentes.
- Aprendizajes: predictibilidad de la orientación del vector a partir del ángulo.

Conclusiones: comprender la influencia del ángulo en las componentes.

#### • Actividad 3: Implementación informática

Descripción: usar una calculadora o software para obtener componentes a partir  $r$  y  $\theta$  y verificar con dibujos.

- Puntos clave: validación de resultados mediante representación gráfica.
- Aprendizajes: seguridad numérica al usar trigonometría.

Conclusiones: integración entre cálculo y representación gráfica.

### Evaluación

- Ejercicios de cálculo de  $x$  e  $y$  para vectores dados; verificación mediante gráfica (Objetivo General).

## Unidad 3: Unidad 3: Magnitud de un vector a partir de sus componentes

### Objetivos de Aprendizaje

- Calcular la magnitud  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ .
- Explicar la relación entre componentes y magnitud de un vector.
- Verificar resultados con ejemplos numéricos y gráficos simples.

### Contenidos Temáticos

#### 1. Fórmula de magnitud en 2D

Descripción corta:  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  para vector  $(x, y)$ .

#### 2. Propiedades de la magnitud

Descripción corta: la magnitud es siempre no negativa y depende de las componentes.

#### 3. Casos y ejemplos con signos de componentes

Descripción corta: cómo cambian los valores de magnitud ante variaciones de  $x$  e  $y$ .

### Actividades

- Actividad 1: Cálculo de magnitudes a partir de componentes

Descripción: dados varios pares (x, y), calcular la magnitud y representarlo en el plano.

- Puntos clave: aplicar  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ; interpretar el resultado.
- Aprendizajes: conexión entre componentes y magnitud.

Conclusiones: confirmación de la fórmula de Pitágoras en vectores 2D.

#### • **Actividad 2: Comparación entre magnitud y representación gráfica**

Descripción: comparar vectores representados por sus componentes vs. su magnitud y ángulo.

- Puntos clave: equivalencia entre representaciones.
- Aprendizajes: flexibilidad de describir vectores en diferentes formas.

Conclusiones: elección de representación según la tarea.

#### • **Actividad 3: Problemas contextualizados**

Descripción: resolver problemas simples de cinemática donde se necesita hallar magnitud a partir de componentes.

- Puntos clave: interpretación física; verificación con gráficos.
- Aprendizajes: capacidad de aplicar la fórmula en situaciones reales.

Conclusiones: dominio básico de Pitágoras aplicado a vectores.

### **Evaluación**

- Ejercicios de cálculo de magnitud a partir de pares (x, y) y preguntas de interpretación conceptual (Objetivo General).

## **Unidad 4: Unidad 4: Representación visual de vectores y justificación**

### **Objetivos de Aprendizaje**

- Dibujar un vector a partir de sus componentes (x, y).
- Dibujar un vector a partir de su magnitud y ángulo respecto al eje x.
- Justificar la representación elegida en función del problema.

### **Contenidos Temáticos**

#### 1. Representación por componentes

Descripción corta: construir el vector a partir de x e y y trazarlos en el plano.

#### 2. Representación por magnitud y ángulo

Descripción corta: construir el vector a partir de r y  $\theta$  y trazarlos en el plano.

#### 3. Selección de la representación adecuada

Descripción corta: criterios prácticos para decidir entre las dos representaciones.

### **Actividades**

### • Actividad 1: Dibujo a partir de componentes

Descripción: dibujar vectores dados sus componentes y verificar la coherencia con la magnitud calculada.

- Puntos clave: precisión en la escala; lectura gráfica de magnitud.
- Aprendizajes: habilidad de trazar vectores correctamente.

Conclusiones: confirmación de la representación por componentes.

### • Actividad 2: Dibujo a partir de magnitud y ángulo

Descripción: dibujar vectores a partir de  $r$  y  $\theta$  y extraer componentes para comprobar.

- Puntos clave: uso de ángulo respecto al eje  $x$ ; conversión a componentes.
- Aprendizajes: precisión en uso de trigonometría para dibujar.

Conclusiones: comprensión de la representación por ángulo.

### • Actividad 3: Elegir la representación adecuada

Descripción: resolver problemas y justificar qué representación facilita el cálculo.

- Puntos clave: análisis de la tarea; pros y contras de cada representación.
- Aprendizajes: criterio para selección de método.

Conclusiones: decisión fundamentada en función del problema.

## Evaluación

- Ejercicios de representación de vectores y preguntas de justificación de la representación elegida (Objetivo General).

## Unidad 5: Suma de vectores en 2D: componentes y regla del paralelogramo

### Objetivos de Aprendizaje

- Realizar la suma por componentes:  $(x_1+x_2, y_1+y_2)$ .
- Construir y entender la regla del paralelogramo para la suma de vectores.
- Interpretar el vector suma y su representación gráfica.

### Contenidos Temáticos

#### 1. Suma por componentes

Descripción corta: sumar cada componente por separado para obtener la suma total.

#### 2. Regla del paralelogramo

Descripción corta: construcción geométrica del vector suma usando el paralelogramo.

#### 3. Verificación gráfica

Descripción corta: comparar la suma obtenida por componentes con su representación gráfica.

## Actividades

### • Actividad 1: Suma por componentes

Descripción: dados vectores  $u(x_1, y_1)$  y  $v(x_2, y_2)$ , calcular  $u+v$  y dibujarlo en el plano.

- Puntos clave: suma directa de componentes; interpretación del resultado.
- Aprendizajes: precisión en operaciones vectoriales simples.

Conclusiones: la suma por componentes es equivalente a la resultante gráfica.

### • Actividad 2: Paralelogramo

Descripción: construir el paralelogramo para obtener la suma y comparar con el resultado anterior.

- Puntos clave: construcción geométrica; visualización de la suma.
- Aprendizajes: intuición geométrica de la suma de vectores.

Conclusiones: verificación doble entre enfoques algebraico y gráfico.

### • Actividad 3: Problemas contextualizados

Descripción: problemas simples de desplazamiento donde se suman velocidades o desplazamientos.

- Puntos clave: interpretación física de la suma de vectores.
- Aprendizajes: aplicación práctica de la suma en cinemática.

Conclusiones: aplicación de la regla del paralelogramo en situaciones reales.

## Evaluación

- Problemas de suma por componentes y problemas que requieren verificación gráfica (Objetivo General).

## Unidad 6: Unidad 6: Resta de vectores en 2D

### Objetivos de Aprendizaje

- Realizar la resta por componentes:  $u - v = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$ .
- Interpretar el vector resultante y su dirección gráfica.
- Aplicar la resta en problemas simples de desplazamiento o diferencia de vectores.

### Contenidos Temáticos

#### 1. Resta por componentes

Descripción corta: resta de cada componente por separado para obtener la diferencia.

#### 2. Representación gráfica de la resta

Descripción corta: dibujar la diferencia como un vector desde el extremo de  $v$  al extremo de  $u$ , o usar la regla del paralelogramo invertida.

#### 3. Aplicaciones simples de la resta

Descripción corta: respuestas a problemas de desplazamiento o diferencia entre movimientos.

## Actividades

### • Actividad 1: Resta por componentes

Descripción: dado  $u(x_1, y_1)$  y  $v(x_2, y_2)$ , calcular  $u - v$  y dibujar la resultante.

- Puntos clave: manejo de las diferencias y lectura gráfica.
- Aprendizajes: dominio de operaciones elementales de vectores.

Conclusiones: la resta también se puede entender como suma de un vector negativo.

### • Actividad 2: Representación gráfica de la resta

Descripción: construir la diferencia gráficamente y comparar con el resultado por componentes.

- Puntos clave: interpretación geométrica de la diferencia.
- Aprendizajes: validar resultados mediante gráfica.

Conclusiones: coherencia entre métodos algebraico y visual.

### • Actividad 3: Problemas de cinemática simples

Descripción: resolver problemas donde se resta velocidad o desplazamiento para obtener la magnitud y dirección resultante.

- Puntos clave: interpretación física de la resta en cinemática.
- Aprendizajes: aplicación práctica de la resta vectorial.

Conclusiones: uso de la resta en análisis de movimientos.

## Evaluación

- Ejercicios de resta por componentes y preguntas de interpretación de la resultante (Objetivo General).

## Unidad 7: Unidad 7: Producto escalar y ángulo entre vectores

### Objetivos de Aprendizaje

- Calcular el producto escalar  $u \cdot v$  y usarlo para obtener  $\cos \theta = (u \cdot v) / (|u||v|)$ .
- Calcular la proyección de un vector sobre otro:  $\text{proj}_v u = (u \cdot v) / |v|^2 \cdot v$ .
- Interpretar el significado geométrico y físico del producto escalar.

### Contenidos Temáticos

#### 1. Definición y cálculo del producto escalar

Descripción corta:  $u \cdot v = x_1x_2 + y_1y_2$  y su interpretación geométrica.

#### 2. Relación con el ángulo entre vectores

Descripción corta:  $\cos \theta = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}) / (|\mathbf{u}| |\mathbf{v}|)$  y cómo determina  $\theta$ .

### 3. Proyección de un vector sobre otro

Descripción corta: fórmula de proyección y su significado en direcciones.

## Actividades

### • Actividad 1: Cálculo del ángulo entre vectores

Descripción: calcular  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$  y usarlo para determinar el ángulo entre dos vectores dados.

- Puntos clave: normalización de magnitudes; interpretación de  $\cos \theta$ .
- Aprendizajes: relación entre producto escalar y ángulo.

Conclusiones: comprensión de cuándo dos vectores son paralelos o perpendiculares.

### • Actividad 2: Proyección de un vector sobre otro

Descripción: hallar la proyección de un vector sobre otro y dibujarla.

- Puntos clave: uso de la fórmula de proyección.
- Aprendizajes: visualización de la proyección como componente a lo largo de otro vector.

Conclusiones: interpretación geométrica y algebraica de la proyección.

### • Actividad 3: Problemas físicos simples

Descripción: aplicar el producto escalar para analizar magnitudes en direcciones específicas (p. ej., trabajo realizado por una fuerza).

- Puntos clave: relación entre fuerza, desplazamiento y trabajo.
- Aprendizajes: uso del producto escalar en física básica.

Conclusiones: conexión entre vectores y conceptos físicos clave.

## Evaluación

- Ejercicios de cálculo de ángulo mediante  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$  y ejercicios de proyección (Objetivo General).

## Unidad 8: Proyección de vectores y aplicaciones en cinemática 2D

### Objetivos de Aprendizaje

- Realizar proyecciones de vectores sobre un eje y/o sobre otro vector.
- Descomponer velocidades y desplazamientos en componentes en 2D para resolver problemas cinemáticos.
- Interpretar físicamente el significado de las proyecciones en contextos de movimiento.

### Contenidos Temáticos

#### 1. Proyección de vector sobre un eje

Descripción corta:  $\text{Proj}_{\text{axis}} u = (u \cdot e_{\text{axis}}) e_{\text{axis}}$ , donde  $e_{\text{axis}}$  es la unidad del eje.

## 2. Proyección de vector sobre otro vector

Descripción corta:  $\text{Proj}_v u = (u \cdot v) / |v|^2 \cdot v$ ; interpretación como componente de  $u$  a lo largo de  $v$ .

## 3. Aplicaciones cinemáticas en 2D

Descripción corta: descomposición de velocidad y desplazamiento en direcciones conocidas para problemas de movimiento.

## Actividades

### • Actividad 1: Proyección sobre un eje

Descripción: proyectar vectores dados sobre los ejes  $x$  e  $y$ , y discutir su magnitud en cada dirección.

- Puntos clave: cálculo de  $\text{Proj}_x u$  y  $\text{Proj}_y u$ ; interpretación física.
- Aprendizajes: descomposición en componentes direccionales.

Conclusiones: las proyecciones permiten entender cuánto de un vector afecta en una dirección dada.

### • Actividad 2: Proyección sobre otro vector

Descripción: calcular y dibujar la proyección de un vector  $u$  sobre otro vector  $v$ ; comparar con la proyección sobre un eje.

- Puntos clave: uso de  $u \cdot v$  y magnitudes.
- Aprendizajes: interpretación de proyección direccional como componente a lo largo de otro vector.

Conclusiones: la proyección sobre vectores es útil para análisis direccional en problemas complejos.

### • Actividad 3: Descomposición cinemática

Descripción: problemas de cinemática 2D donde se descompone la velocidad o el desplazamiento en componentes para analizar movimiento.

- Puntos clave: identificación de direcciones relevantes; cálculo de componentes.
- Aprendizajes: capacidad de aplicar proyecciones en contextos reales de movimiento.

Conclusiones: herramientas vectoriales para analizar trayectorias y magnitudes en 2D.

## Evaluación

- Problemas de proyección y descomposición de vectores en contextos cinemáticos (Objetivo General).