

Unidad 1: Conversión entre forma paramétrica y forma simétrica de una recta en el espacio

Descripción del Curso

Este curso ofrece una experiencia de aprendizaje en geometría analítica enfocada en el espacio, con énfasis en el razonamiento lógico y la capacidad de justificar conclusiones matemáticas. Se trabajarán conceptos como vectores directores, direcciones de rectas y criterios de coincidencia entre rectas en el espacio, así como la verificación de puntos pertenecientes a ambas rectas para sustentar conclusiones de manera rigurosa. La metodología combina exposición teórica, ejemplos resueltos y ejercicios prácticos que permiten modelar situaciones reales. Unidad 4, en particular, se centra en determinar si dos rectas en el espacio son coincidentes o distintas, justificando con verificación de dirección y puntos correspondientes. Se busca que el estudiante desarrolle la habilidad de analizar, justificar y comunicar de forma clara y precisa la naturaleza de las rectas a partir de herramientas como vectores directores, ecuaciones paramétricas y ecuaciones generales de rectas. Objetivo general del curso: desarrollar la capacidad de aplicar conceptos de geometría analítica para analizar estructuras lineales en el espacio y justificar conclusiones con base en dirección y posiciones relativas. La unidad incluye: - aplicación de criterios de paralelismo y coincidencia mediante la proporcionalidad de vectores directores; - verificación de pertenencia de un punto de una recta a la otra para concluir coincidencia; - emisión de conclusiones claras y justificadas: coincidentes o distintas, con fundamentación en dirección y puntos. El curso favorece el desarrollo integral del estudiante al promover pensamiento crítico, creatividad en la modelación de problemas, comunicación matemática precisa y capacidad para transferir conocimientos a contextos de la vida real como diseño, ingeniería y física.

Competencias

- Analizar y justificar, con rigor lógico y matemático, si dos rectas en el espacio son coincidentes o distintas usando vectores directores, direcciones y puntos comunes. - Emplear criterios de paralelismo y colinealidad para evaluar la posible coincidencia de rectas, y plantear pruebas y verificación de condiciones. - Verificar la pertenencia de un punto de una recta a otra recta y extraer conclusiones respaldadas en evidencia matemática. - Comunicar razonamientos de forma clara y estructurada, con un lenguaje geométrico preciso y una argumentación justificativa. - Aplicar los conceptos aprendidos a situaciones reales o modeladas (diseño, arquitectura, física) donde la determinación de la relación entre rectas sea relevante.

Requerimientos

- Conocimientos previos: álgebra lineal básica, vectores, ecuaciones de rectas y conceptos de dirección y punto. - Materiales: cuaderno o libreta de notas, lápiz, regla, compás, calculadora científica. - Software/herramientas: acceso a una calculadora o software de geometría (p. ej., GeoGebra) para manipular vectores y rectas en el espacio. - Prácticas y evaluación: participación en clase, resolución de ejercicios en casa y en clase, y realización de ejercicios de

verificación de direcciones y puntos. - Disponibilidad y asistencia: no hay restricción de edad; se espera puntualidad y participación activa en las actividades formativas.

Unidades del Curso

Unidad 1: Unidad 1: Conversión entre forma paramétrica y forma simétrica de una recta en el espacio

Objetivos de Aprendizaje

- Identificar la forma paramétrica de una recta: $r(t) = r_0 + t v$, con r_0 un punto y v el vector director.
- Convertir entre la forma paramétrica y la forma simétrica, explicando los pasos y las condiciones necesarias.
- Analizar casos en los que a , b o c sean cero y escribir correctamente la forma simétrica en esos escenarios.

Contenidos Temáticos

1. Tema 1: Forma paramétrica de una recta en el espacio. Descripción corta: definición, interpretación geométrica y ejemplos básicos.
2. Tema 2: Forma simétrica y conversión entre formas; tratamiento de ceros en a , b y c . Descripción corta: derivación de la forma simétrica y manejo de casos con componentes nulas.

Actividades

- **Actividad 1: Conversión básica entre formas** - Dado un conjunto de rectas, convertir entre paramétrica y simétrica siguiendo pasos: identificar punto base y vector director, escribir cada forma y verificar la equivalencia. Puntos clave: consistencia de t y validación con ejemplos. Conclusiones: entendimiento de cuándo es adecuada cada forma.
- **Actividad 2: Casos con componentes nulos** - Resolver ejercicios donde $a=0$, $b=0$ o $c=0$ y escribir la forma adecuada; discutir las implicaciones en la representación simbólica. Puntos clave: sustitución de valores, interpretación geométrica. Conclusiones: diferencias entre x , y , z constantes y sus representaciones.
- **Actividad 3: Verificación de la conversión** - Tomar varios ejemplos y verificar que ambas formas generan la misma recta; justificar con un razonamiento paso a paso. Conclusiones: validez de la conversión en distintos escenarios y límites al utilizar ceros.

Evaluación

La evaluación de esta unidad se realizará mediante:

- Ejercicios de conversión entre formas (40%).
- Ejercicios con ceros en a , b o c y explicación de las restricciones (30%).
- Cuestionario corto de interpretación conceptual (20%).

- Participación y seguimiento de actividades prácticas (10%).

Unidad 2: Unidad 2: Clasificación de la relación entre dos rectas en el espacio a partir de sus ecuaciones (paralelas, intersecantes o desalineadas - skew)

Objetivos de Aprendizaje

- Determinar si dos rectas son paralelas evaluando si sus vectores directores son proporcionales ($v_1 \times v_2 = 0$).
- Verificar si las rectas se intersectan resolviendo para los parámetros correspondientes (t y s) o al sustituir en las ecuaciones.
- Identificar casos de desalineamiento (skew) cuando no son paralelas y no se intersectan, justificando con argumentos geométricos y algebraicos.

Contenidos Temáticos

1. Tema 1: Paralelismo entre rectas: condición de paralelismo y posibles casos de coincidencia o distinción.
Descripción corta: uso del producto cruz y análisis de la relación entre puntos y dirección.
2. Tema 2: Intersección de rectas en el espacio: solución de sistemas para encontrar puntos de cruce si existen.
Descripción corta: resolución de t y s a partir de las ecuaciones de las rectas.
3. Tema 3: Líneas desalineadas (skew): definición y criterios para identificarlas cuando no hay intersección ni paralelismo. Descripción corta: interpretación geométrica y verificación algebraica.

Actividades

- **Actividad 1: Detección de paralelismo** - Dadas dos rectas, calcular $v_1 \times v_2$ para confirmar si son paralelas; discutir qué implica la relación entre r_1 y r_2 . Puntos clave: vector director, paralelismo y posibles casos de coincidencia.
- **Actividad 2: Búsqueda de intersección** - Resolver para t y s en $r_1 + t v_1 = r_2 + s v_2$ y determinar si existe un punto común. Puntos clave: sustitución y solución de ecuaciones; verificación en el espacio.
- **Actividad 3: Clasificación de pares de rectas** - Proporcionar pares de rectas y clasificar como paralelas, intersecantes o skew, con justificación.

Evaluación

La evaluación de esta unidad se realizará mediante:

- Problemas de clasificación (40%).
- Ejercicios de intersección (30%).
- Ejercicios de paralelismo y casos especiales (20%).
- Participación y actividades prácticas (10%).

Unidad 3: Unidad 3: Hallar el punto de intersección de dos rectas en el espacio cuando existe, resolviendo el sistema formado por sus ecuaciones paramétricas o simétricas

Objetivos de Aprendizaje

- Resolver sistemas de ecuaciones obtenidos de igualar las ecuaciones paramétricas para encontrar t y s que determinen el punto de intersección.
- Aplicar la conversión entre formas paramétrica y simétrica cuando sea necesario para facilitar la resolución del sistema.
- Verificar, cuando exista, que el punto hallado pertenece a ambas rectas.

Contenidos Temáticos

1. Tema 1: Resolución por métodos paramétricos: igualación de $r_1 + t v_1$ y $r_2 + s v_2$. Descripción corta: obtener ecuaciones en t y s y resolver.
2. Tema 2: Resolución por métodos simbólicos: conversión a una forma que permita simplificar la resolución y verificación del punto de intersección. Descripción corta: uso de la forma simétrica para guiar la solución y validar el resultado.

Actividades

- **Actividad 1: Intersección por parámetros** - Desarrollar un procedimiento para igualar $r_1 + t v_1$ y $r_2 + s v_2$ y resolver para t y s , luego determinar el punto de intersección. Puntos clave: sistematización de pasos, verificación.
- **Actividad 2: Intersección por formas simétricas** - Convertir a una forma que permita resolver la intersección y confirmar el punto obtenido en ambas rectas. Puntos clave: consistencia entre formas, verificación final.
- **Actividad 3: Caso sin intersección** - Analizar un par de rectas que no se cruzan y justificar por qué no existe punto de intersección.

Evaluación

La evaluación de esta unidad se realizará mediante:

- Resolución de intersección (40%).
- Ejercicios de verificación (25%).
- Problemas de aplicación y explicación (25%).
- Participación y claridad en la presentación de soluciones (10%).

Unidad 4: Unidad 4: Determinar si dos rectas en el espacio son coincidentes o distintas, justificando con verificación de dirección y puntos correspondientes

Objetivos de Aprendizaje

- Comprobar si los vectores directores son proporcionales (colineales) para evaluar paralelismo y posibilidad de coincidencia.
- Verificar si un punto de una recta pertenece a la otra recta, lo que permitiría concluir coincidencia.
- Emitir una conclusión clara: coincidentes o distintas, con justificación basada en dirección y puntos.

Contenidos Temáticos

1. Tema 1: Coincidencia de rectas: condiciones y verificación de puntos. Descripción corta: si v_1 es paralelo a v_2 y r_1 apunta a un punto de L_2 , entonces coinciden.
2. Tema 2: Rectas distintas: casos de paralelismo no coincidente y casos skew. Descripción corta: ejemplos y criterios de no intersección y no paralelismo.

Actividades

- **Actividad 1: Prueba de coincidencia** - Dadas dos rectas, verificar si son coincidentes verificando la pertenencia de puntos y la proporcionalidad de direcciones. Puntos clave: verificación geométrica y algebraica; conclusiones claras.
- **Actividad 2: Casos de rectas distintas** - Analizar pares de rectas y clasificar si son paralelas distintas o skew, con justificación y esquemas de interacción.
- **Actividad 3: Taller de clasificación** - Presentar varios pares de rectas y justificar si son coincidentes, paralelas distintas o skew mediante un informe breve y claro.

Evaluación

La evaluación de esta unidad se realizará mediante:

- Problemas de verificación de coincidencia (40%).
- Ejercicios de clasificación (30%).
- Informe corto de justificación (20%).
- Participación y claridad en la exposición de ideas (10%).