

Álgebra para Ingeniería Industrial: Fundamentos y Aplicaciones

Ingeniería | Ingeniería industrial | para estudiantes universitarios | 16 semanas

Descripción del Curso

Este curso de Álgebra está diseñado para estudiantes universitarios de Ingeniería Industrial con el propósito de fortalecer sus conocimientos en sistemas numéricos, polinomios, sistemas de ecuaciones lineales, matrices y determinantes. A lo largo de 16 semanas, se abordarán los fundamentos teóricos y prácticos de estos temas, enfatizando su aplicación en problemas reales y su importancia para el posterior estudio de la física y la matemática aplicada.

Dirigido a estudiantes que desean consolidar una base sólida en álgebra para enfrentar con éxito asignaturas técnicas y científicas, el curso emplea un enfoque metodológico activo, combinando exposiciones teóricas, resolución de problemas, trabajo colaborativo y uso de herramientas tecnológicas. Al finalizar, los alumnos serán capaces de analizar y aplicar las propiedades de los sistemas numéricos y las estructuras algebraicas para resolver problemas complejos relacionados con la ingeniería industrial.

Objetivos Generales

- Comprender y aplicar las propiedades de los sistemas numéricos reales y complejos en contextos algebraicos.
- Analizar y resolver ecuaciones polinómicas mediante métodos adecuados, incluyendo factorización y teoremas fundamentales.
- Modelar y resolver sistemas de ecuaciones lineales utilizando métodos algebraicos y herramientas matriciales.
- Interpretar y aplicar conceptos de matrices y determinantes para resolver problemas relacionados con la ingeniería.
- Integrar los conocimientos algebraicos adquiridos para facilitar el aprendizaje de la física y matemática aplicada.

Competencias

- Analizar y aplicar las propiedades de los sistemas numéricos en la solución de problemas algebraicos.
- Resolver ecuaciones polinómicas y sistemas de ecuaciones lineales utilizando métodos algebraicos y matriciales.
- Interpretar y manipular matrices y determinantes en contextos de ingeniería.
- Desarrollar habilidades para modelar y resolver problemas matemáticos relacionados con la física y la matemática aplicada.
- Utilizar herramientas tecnológicas para facilitar el cálculo y la representación de estructuras algebraicas.

Requerimientos

- Conocimientos básicos de aritmética y álgebra elemental.
- Habilidades en manipulación algebraica y resolución de ecuaciones lineales simples.
- Acceso a calculadora científica o software matemático (opcional pero recomendado).
- Interés en aplicar conceptos matemáticos en contextos de ingeniería.

Unidades del Curso

Unidad 1: Sistemas numéricos y propiedades fundamentales

Objetivos de Aprendizaje

- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de identificar y clasificar los diferentes sistemas numéricos reales y complejos, describiendo sus propiedades fundamentales en contextos algebraicos.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de aplicar operaciones básicas (suma, resta, multiplicación, división) en sistemas numéricos reales y complejos, resolviendo problemas algebraicos con precisión.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de analizar y demostrar las propiedades algebraicas (conmutativa, asociativa, distributiva, elemento neutro e inverso) en los sistemas numéricos estudiados, justificando su importancia en el desarrollo del álgebra superior.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de utilizar representaciones gráficas y algebraicas para interpretar números complejos, evaluando su aplicación en la resolución de problemas de ingeniería.

Contenidos Temáticos

1. Introducción a los sistemas numéricos

- Definición y clasificación de los sistemas numéricos
- Importancia de los sistemas numéricos en álgebra e ingeniería
- Relación entre conjuntos numéricos: naturales, enteros, racionales, reales y complejos

2. Sistemas numéricos reales

- Características y definición del conjunto de números reales
- Subconjuntos: números naturales, enteros y racionales
- Propiedades fundamentales de los números reales
- Operaciones básicas en números reales: suma, resta, multiplicación y división
- Ejemplos prácticos en contextos de ingeniería

3. Sistemas numéricos complejos

- Definición y representación de números complejos
- Forma binómica y forma polar

- Operaciones básicas con números complejos: suma, resta, multiplicación y división
- Propiedades algebraicas en números complejos
- Aplicaciones de números complejos en problemas de ingeniería

4. Propiedades algebraicas fundamentales en sistemas numéricos

- Propiedad conmutativa
- Propiedad asociativa
- Propiedad distributiva
- Elemento neutro (aditivo y multiplicativo)
- Elemento inverso (aditivo y multiplicativo)
- Demostración y análisis de las propiedades en números reales y complejos
- Importancia de estas propiedades en el desarrollo del álgebra superior

5. Representaciones gráficas y algebraicas de números complejos

- Plano complejo: eje real y eje imaginario
- Interpretación gráfica de operaciones básicas
- Uso de la forma polar para representar números complejos
- Aplicación de representaciones gráficas en la resolución de problemas de ingeniería
- Ejercicios prácticos y análisis de casos reales

Actividades

Actividad 1: Clasificación y análisis de sistemas numéricos

Objetivo: Identificar y clasificar los diferentes sistemas numéricos reales y complejos, describiendo sus propiedades fundamentales.

Descripción:

- Distribuir a los estudiantes una lista de números variados (enteros, fracciones, decimales, números complejos, etc.).
- Los estudiantes deberán clasificar cada número en su respectivo sistema numérico.
- En grupos, discutir las propiedades de cada sistema, destacando diferencias y similitudes.
- Presentar conclusiones mediante un cuadro comparativo.

Organización: Grupos de 3-4 estudiantes

Producto esperado: Cuadro comparativo con clasificación y propiedades de los números asignados

Duración: 50 minutos

Actividad 2: Resolución de operaciones básicas en sistemas numéricos

Objetivo: Aplicar operaciones básicas (suma, resta, multiplicación, división) en sistemas numéricos reales y complejos.

Descripción:

- Proporcionar una serie de ejercicios que incluyan operaciones con números reales y complejos.
- Los estudiantes realizarán las operaciones, justificando cada paso.
- Revisión en parejas para detectar y corregir errores.
- Discusión grupal sobre técnicas y estrategias para resolver con precisión.

Organización: Individual y revisión en parejas

Producto esperado: Lista de ejercicios resueltos con justificación

Duración: 60 minutos

Actividad 3: Demostración y análisis de propiedades algebraicas

Objetivo: Analizar y demostrar las propiedades algebraicas (conmutativa, asociativa, distributiva, elemento neutro e inverso) en números reales y complejos.

Descripción:

- Asignar a cada grupo una propiedad algebraica para que la demuestren con ejemplos concretos en números reales y complejos.
- Preparar una breve presentación oral explicando la propiedad, su demostración y su importancia.
- Realizar una sesión plenaria para compartir y debatir los resultados.

Organización: Grupos de 3 estudiantes

Producto esperado: Presentación oral y demostraciones escritas

Duración: 70 minutos

Actividad 4: Interpretación gráfica de números complejos

Objetivo: Utilizar representaciones gráficas y algebraicas para interpretar números complejos y evaluar su aplicación en problemas de ingeniería.

Descripción:

- Proporcionar ejercicios que impliquen la representación gráfica en el plano complejo de números dados en forma binómica y polar.
- Realizar operaciones gráficas (suma, resta) y verificar resultados algebraicos.
- Analizar un caso de ingeniería donde se apliquen números complejos (por ejemplo, circuitos eléctricos).
- Elaborar un informe breve describiendo la representación y su aplicación práctica.

Organización: Individual

Producto esperado: Informe con gráficas, cálculos y análisis aplicado

Duración: 80 minutos

Evaluación

Evaluación diagnóstica

Qué se evalúa: Conocimientos previos sobre sistemas numéricos y operaciones básicas.

Cómo se evalúa: Prueba breve con preguntas de clasificación, definición y operaciones simples en números reales y complejos.

Instrumento sugerido: Cuestionario escrito de opción múltiple y respuesta corta.

Evaluación formativa

Qué se evalúa: Progreso en la aplicación de operaciones, comprensión y demostración de propiedades algebraicas, y uso de representaciones gráficas.

Cómo se evalúa: Revisión de actividades prácticas, participación en discusiones, presentaciones grupales y retroalimentación continua.

Instrumento sugerido: Rúbricas para presentación y ejercicios, listas de cotejo para participación y entrega de productos.

Evaluación sumativa

Qué se evalúa: Dominio integral de clasificación, operaciones, propiedades algebraicas y representación gráfica en sistemas numéricos reales y complejos.

Cómo se evalúa: Examen escrito con problemas teórico-prácticos que requieren clasificación, operación, demostración y análisis de aplicaciones.

Instrumento sugerido: Examen parcial o prueba escrita estructurada con problemas de desarrollo y aplicación.

Unidad 2: Polinomios: definición y operaciones

Objetivos de Aprendizaje

- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de definir y clasificar polinomios según su grado y número de términos, identificando sus coeficientes y variables en diferentes expresiones algebraicas.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de realizar operaciones básicas con polinomios, incluyendo suma, resta, multiplicación y división, aplicando las propiedades algebraicas correspondientes de manera precisa.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de factorizar polinomios utilizando métodos adecuados como factorización por agrupación, diferencia de cuadrados y trinomios cuadrados perfectos, evaluando la factibilidad de cada método según el caso.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de aplicar las propiedades algebraicas de los polinomios para simplificar expresiones y resolver problemas contextualizados en ingeniería industrial.

Contenidos Temáticos

1. Introducción a los Polinomios

- Definición de polinomio: expresión algebraica formada por la suma de monomios.

- Elementos de un polinomio: términos, coeficientes, variables y exponentes.
- Clasificación de polinomios:
 - Según el grado: polinomios constantes, lineales, cuadráticos, cúbicos y de grado n .
 - Según el número de términos: monomios, binomios, trinomios y polinomios en general.
- Identificación y lectura de polinomios en diferentes expresiones algebraicas.

2. Operaciones Básicas con Polinomios

- Suma y resta de polinomios:
 - Identificación de términos semejantes.
 - Procedimiento para sumar y restar polinomios.
 - Ejemplos prácticos con polinomios de varios términos y grados diferentes.
- Multiplicación de polinomios:
 - Producto de un monomio por un polinomio.
 - Producto de polinomios binomios, trinomios y polinomios generales.
 - Uso de la propiedad distributiva y método FOIL para binomios.
- División de polinomios:
 - División por monomio.
 - División larga de polinomios.
 - División sintética para divisores lineales.
- Propiedades algebraicas aplicadas en operaciones con polinomios:
 - Conmutativa, asociativa y distributiva.
 - Uso correcto de las propiedades para simplificar cálculos.

3. Factorización de Polinomios

- Importancia y aplicaciones de la factorización en ingeniería industrial.
- Métodos de factorización:
 - Factor común y factorización por agrupación.
 - Diferencia de cuadrados.
 - Trinomios cuadrados perfectos.
 - Trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$.
- Criterios para elegir el método adecuado según el polinomio dado.
- Verificación y comprobación de factores mediante multiplicación.

4. Aplicaciones y Simplificación de Expresiones Polinómicas

- Uso de propiedades algebraicas para simplificar expresiones polinómicas complejas.

- Resolución de problemas contextualizados en ingeniería industrial:
 - Modelos de costos y producción.
 - Optimización de recursos mediante polinomios.
 - Interpretación y análisis de resultados.
- Revisión de errores comunes y estrategias para su evitación.

Actividades

Actividad 1: Clasificación y Análisis de Polinomios

Objetivo: Definir y clasificar polinomios según su grado y número de términos, identificando coeficientes y variables.

Descripción:

- Se entrega una lista de expresiones algebraicas variadas.
- Los estudiantes deben identificar si cada expresión es un polinomio, y en caso afirmativo, determinar grado, número de términos, coeficientes y variables.
- Discusión en grupo sobre los criterios utilizados para clasificación y análisis.

Organización: Individual con discusión en parejas.

Producto esperado: Tabla completa con clasificación y análisis de cada expresión.

Duración: 45 minutos.

Actividad 2: Operaciones con Polinomios

Objetivo: Realizar suma, resta, multiplicación y división de polinomios aplicando propiedades algebraicas.

Descripción:

- Se presentan ejercicios prácticos para resolver operaciones con polinomios variados.
- Los estudiantes realizan cálculos paso a paso, mostrando el uso de propiedades algebraicas en cada operación.
- Comparan resultados con compañeros y discuten estrategias para resolver dudas.

Organización: Grupos de 3 estudiantes.

Producto esperado: Resolución escrita y justificada de ejercicios.

Duración: 1 hora.

Actividad 3: Taller de Factorización

Objetivo: Aplicar métodos de factorización para descomponer polinomios y evaluar la factibilidad de cada método.

Descripción:

- Se entregan polinomios diversos para factorizar, incluyendo casos que requieren diferentes métodos.
- Los estudiantes deben seleccionar el método más adecuado para cada polinomio, realizar la factorización y verificar el resultado.
- Presentación de resultados y discusión sobre elección de métodos y dificultades encontradas.

Organización: Parejas.

Producto esperado: Informe con métodos utilizados, factorizaciones y verificación.

Duración: 1 hora y 15 minutos.

Actividad 4: Resolución de Problemas Aplicados

Objetivo: Aplicar propiedades algebraicas y operaciones con polinomios para simplificar expresiones y resolver problemas en ingeniería industrial.

Descripción:

- Planteamiento de problemas reales o simulados relacionados con costos, producción y optimización.
- Los estudiantes modelan la situación con polinomios, realizan operaciones necesarias y simplifican para encontrar soluciones.
- Discusión grupal sobre las soluciones obtenidas y la interpretación en contexto.

Organización: Grupos de 4 estudiantes.

Producto esperado: Solución escrita y análisis de problema con explicación de pasos.

Duración: 1 hora y 30 minutos.

Evaluación

Evaluación Diagnóstica

Qué se evalúa: Conocimientos previos sobre términos algebraicos básicos, identificación y clasificación de expresiones algebraicas.

Cómo se evalúa: Cuestionario escrito breve con preguntas sobre definición de términos, clasificación básica y reconocimiento de polinomios.

Instrumento sugerido: Prueba corta de selección múltiple y preguntas abiertas.

Evaluación Formativa

Qué se evalúa: Progreso en realización de operaciones con polinomios y aplicación de métodos de factorización.

Cómo se evalúa: Revisión continua de las actividades prácticas, retroalimentación oral y escrita durante las sesiones de taller.

Instrumento sugerido: Listas de cotejo para ejercicios resueltos, observación directa y preguntas en clase.

Evaluación Sumativa

Qué se evalúa: Dominio integral de los objetivos: clasificación, operaciones, factorización y aplicación en problemas contextualizados.

Cómo se evalúa: Examen escrito con problemas teóricos y prácticos que abarquen todos los contenidos de la unidad.

Instrumento sugerido: Prueba escrita con ejercicios de desarrollo, análisis y aplicación contextual.

Unidad 3: Raíces y teoremas fundamentales de polinomios

Objetivos de Aprendizaje

- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de identificar y clasificar las raíces reales y complejas de polinomios mediante métodos algebraicos y gráficos.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de aplicar el teorema del factor y el teorema del residuo para determinar divisibilidad y evaluar polinomios en valores específicos.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de utilizar métodos analíticos y numéricos para encontrar soluciones de ecuaciones polinómicas de grado superior a dos, garantizando la verificación de resultados.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de analizar y demostrar propiedades fundamentales de polinomios que faciliten la factorización y resolución de ecuaciones en contextos ingenieriles.

Contenidos Temáticos

1. Introducción a las raíces de polinomios

- Definición de raíz o cero de un polinomio: explicación conceptual y su importancia en ingeniería.
- Clasificación de raíces: reales y complejas, simples y múltiples.
- Relación entre raíces y factores lineales.

2. Métodos para identificar y clasificar raíces de polinomios

- Métodos algebraicos:
 - Uso de fórmula general para polinomios cuadráticos.
 - Descomposición y factorización para polinomios de grado superior.
 - Teorema de la raíz racional y prueba de divisores.
- Métodos gráficos:
 - Interpretación de gráficas de polinomios para localizar raíces reales.
 - Uso de software o calculadoras gráficas para análisis visual.

3. Teorema del factor y teorema del residuo

- Enunciado y explicación del teorema del factor.
- Enunciado y explicación del teorema del residuo.
- Aplicación práctica:
 - Evaluación de polinomios en valores específicos usando el teorema del residuo.
 - Determinación de la divisibilidad de polinomios mediante el teorema del factor.
- Relación entre ambos teoremas y su utilidad en factorización y solución.

4. Métodos analíticos y numéricos para encontrar soluciones de ecuaciones polinómicas de grado superior a dos

- Métodos analíticos:
 - Factorización por agrupación y división sintética.
 - Uso de la regla de signos de Descartes para estimar número de raíces positivas y negativas.
 - Teorema fundamental del álgebra para existencia de raíces complejas.
- Métodos numéricos:
 - Método de la bisección.
 - Método de Newton-Raphson.
 - Método de la secante.
 - Implementación y análisis de convergencia.
- Verificación de resultados: comprobación por sustitución y uso de software matemático.

5. Propiedades fundamentales de polinomios para factorización y resolución de ecuaciones en contextos ingenieriles

- Propiedades básicas: grado, coeficientes y comportamiento al infinito.
- Identidades notables y su aplicación en factorización.
- Relación entre raíces y coeficientes (teorema de Viète).
- Aplicación práctica en problemas de ingeniería:
 - Modelado de sistemas mediante polinomios.
 - Resolución de ecuaciones características en sistemas lineales.
 - Ejemplos de análisis de estabilidad y optimización.

Actividades

Actividad 1: Identificación y clasificación de raíces mediante métodos algebraicos y gráficos

Objetivo: Contribuye al objetivo de identificar y clasificar las raíces reales y complejas de polinomios.

Descripción:

- Se entrega a los estudiantes un conjunto de polinomios de diferentes grados.
- Individualmente deben calcular las raíces algebraicamente cuando sea posible.
- Utilizan software gráfico (GeoGebra, Desmos u otro) para graficar cada polinomio y localizar las raíces reales.
- Comparan resultados y clasifican las raíces encontradas en reales y complejas.
- Discusión grupal para analizar casos con raíces complejas y múltiples.

Organización: Individual con discusión en grupo.

Producto esperado: Informe con cálculos, capturas de pantalla de gráficas y clasificación de raíces.

Duración estimada: 2 horas.

Actividad 2: Aplicación del teorema del factor y del residuo para determinar divisibilidad y evaluar polinomios

Objetivo: Aplicar el teorema del factor y el teorema del residuo para determinar divisibilidad y evaluar polinomios.

Descripción:

- En parejas, se entregan polinomios y posibles divisores lineales.
- Utilizan división sintética para evaluar el residuo y verificar si el divisor es factor.
- Verifican divisibilidad y explican el procedimiento aplicado.
- Plantean un problema aplicado de ingeniería donde se requiera evaluar un polinomio en un valor dado y determinar su divisibilidad.

Organización: Parejas.

Producto esperado: Documento que incluya cálculos, conclusiones y problema aplicado resuelto.

Duración estimada: 1.5 horas.

Actividad 3: Resolución de ecuaciones polinómicas de grado superior a dos mediante métodos analíticos y numéricos

Objetivo: Utilizar métodos analíticos y numéricos para encontrar soluciones de ecuaciones polinómicas de grado superior a dos.

Descripción:

- Se forman grupos pequeños y se asignan ecuaciones polinómicas de grado 3 o superior.
- Primero intentan encontrar raíces analíticamente (regla de signos, factorización, división sintética).
- Para las raíces restantes, aplican métodos numéricos (Newton-Raphson o bisección) con ayuda de software o calculadora.
- Verifican todas las raíces sustituyendo en el polinomio y reportan la precisión alcanzada.

Organización: Grupos de 3-4 estudiantes.

Producto esperado: Reporte detallado con procedimiento, resultados numéricos, verificación y conclusiones.

Duración estimada: 3 horas.

Actividad 4: Análisis y demostración de propiedades fundamentales de polinomios aplicadas a problemas de ingeniería

Objetivo: Analizar y demostrar propiedades fundamentales para facilitar la factorización y resolución de ecuaciones en contextos ingenieriles.

Descripción:

- Individualmente, los estudiantes eligen un problema ingenieril (por ejemplo, estabilidad de sistemas, optimización, mecánica) que pueda modelarse con polinomios.

- Desarrollan el polinomio correspondiente y analizan sus propiedades (grado, coeficientes, relación entre raíces y coeficientes).
- Demuestran alguna propiedad fundamental (teorema de Viète, identidades notables) aplicada al problema.
- Presentan un breve informe y exposición oral ante el grupo con la solución y la demostración.

Organización: Individual.

Producto esperado: Informe escrito y presentación oral.

Duración estimada: 4 horas (2 para preparación y 2 para presentaciones).

Evaluación

Evaluación diagnóstica

Qué se evalúa: Conocimientos previos sobre raíces de polinomios, factorización y teoremas básicos.

Cómo se evalúa: Cuestionario corto con problemas simples de identificación de raíces y factorización.

Instrumento sugerido: Prueba escrita o quiz en plataforma digital, al inicio de la unidad.

Evaluación formativa

Qué se evalúa: Progreso en la comprensión y aplicación de teoremas, métodos para encontrar raíces y análisis de propiedades.

Cómo se evalúa: Observación durante actividades, revisión de informes y retroalimentación continua.

Instrumento sugerido: Lista de cotejo para actividades, rúbrica para informes y presentaciones.

Evaluación sumativa

Qué se evalúa: Dominio integral de identificación y clasificación de raíces, aplicación de teoremas, métodos analíticos y numéricos, y análisis de propiedades en contexto ingenieril.

Cómo se evalúa: Examen escrito con problemas teóricos y prácticos, además de un proyecto final que incluya modelado, resolución y presentación.

Instrumento sugerido: Examen parcial o final y evaluación del proyecto con rúbrica detallada.

Unidad 4: Introducción a sistemas de ecuaciones lineales

Objetivos de Aprendizaje

- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de identificar y clasificar sistemas de ecuaciones lineales según su número de ecuaciones y soluciones, utilizando definiciones y ejemplos específicos.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de aplicar el método de sustitución para resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, garantizando la obtención correcta de soluciones.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de utilizar el método de igualación para encontrar soluciones de sistemas lineales, evaluando la consistencia y tipos de soluciones obtenidas.

- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de analizar y comparar los métodos básicos de solución de sistemas lineales, explicando sus ventajas y limitaciones en función del tipo de sistema.

Contenidos Temáticos

1. Concepto y clasificación de sistemas de ecuaciones lineales

- Definición de sistema de ecuaciones lineales: explicación de qué es un sistema lineal y su representación general.
- Elementos de un sistema lineal: variables, coeficientes, términos independientes.
- Clasificación según el número de ecuaciones y variables:
 - Sistemas compatibles determinados (única solución).
 - Sistemas compatibles indeterminados (infinitas soluciones).
 - Sistemas incompatibles (sin solución).
- Ejemplos ilustrativos para cada clasificación.

2. Método de sustitución para resolver sistemas lineales

- Descripción del método: despeje de una variable y sustitución en la otra ecuación.
- Pasos para aplicar el método de sustitución en sistemas con dos incógnitas:
 - Despejar una variable en una de las ecuaciones.
 - Sustituir la expresión obtenida en la otra ecuación.
 - Resolver la ecuación resultante para encontrar el valor de una variable.
 - Reemplazar el valor encontrado para determinar la segunda variable.
- Análisis de resultados: determinar si el sistema es compatible o incompatible mediante este método.
- Ejemplos prácticos con soluciones detalladas.

3. Método de igualación para resolver sistemas lineales

- Descripción del método: igualar las expresiones despejadas de una misma variable.
- Pasos para aplicar el método de igualación en sistemas con dos incógnitas:
 - Despejar la misma variable en ambas ecuaciones.
 - Igualar las dos expresiones obtenidas.
 - Resolver la ecuación resultante para encontrar una variable.
 - Reemplazar el valor en cualquiera de las ecuaciones despejadas para hallar la segunda variable.
- Evaluación de la consistencia del sistema mediante los resultados obtenidos.
- Ejemplos detallados mostrando diferentes tipos de sistemas:
 - Sistemas con solución única.
 - Sistemas con infinitas soluciones.

- Sistemas sin solución.

4. Análisis comparativo de métodos básicos para resolver sistemas lineales

- Comparación entre método de sustitución y método de igualación:
 - Ventajas y limitaciones de cada método.
 - Situaciones en las que es preferible utilizar cada método según el tipo y características del sistema.
- Discusión sobre eficiencia, facilidad de aplicación y posibles errores comunes.
- Recomendaciones para la selección adecuada del método de solución.

Actividades

Actividad 1: Clasificación y análisis de sistemas de ecuaciones

Objetivo: Identificar y clasificar sistemas de ecuaciones lineales según su número de ecuaciones y soluciones.

Descripción:

- Se proporcionan varios sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Los estudiantes deben determinar si cada sistema es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible.
- Justificar la clasificación con base en la resolución o análisis de las ecuaciones.

Organización: Individual

Producto esperado: Documento con la clasificación y justificación de cada sistema.

Duración estimada: 45 minutos

Actividad 2: Resolución de sistemas usando el método de sustitución

Objetivo: Aplicar correctamente el método de sustitución para resolver sistemas lineales con dos incógnitas.

Descripción:

- Se presentan sistemas de ecuaciones lineales para resolver mediante sustitución.
- El estudiante debe despejar una variable, sustituir en la otra ecuación, y encontrar ambas soluciones.
- Verificar la solución sustituyendo los valores en ambas ecuaciones originales.

Organización: Parejas

Producto esperado: Resolución completa con pasos y verificación.

Duración estimada: 60 minutos

Actividad 3: Resolución de sistemas usando el método de igualación y análisis de soluciones

Objetivo: Utilizar el método de igualación para resolver sistemas lineales y evaluar la consistencia y tipo de soluciones obtenidas.

Descripción:

- Se entregan sistemas de ecuaciones para resolver mediante igualación.
- Los estudiantes deben despejar la misma variable en ambas ecuaciones, igualar expresiones y resolver.
- Analizar y reportar si el sistema tiene solución única, infinitas soluciones o es incompatible.

Organización: Grupos pequeños (3-4 estudiantes)

Producto esperado: Informe con resolución, análisis y conclusión sobre el tipo de sistema.

Duración estimada: 75 minutos

Actividad 4: Debate y presentación sobre ventajas y limitaciones de métodos de solución

Objetivo: Analizar y comparar métodos básicos de solución, explicando ventajas y limitaciones.

Descripción:

- Dividir a los estudiantes en dos grupos: uno defiende el método de sustitución y otro el método de igualación.
- Cada grupo prepara argumentos basados en la experiencia práctica de las actividades anteriores y en el contenido teórico.
- Realizar un debate moderado donde cada grupo expone sus argumentos.
- Finalizar con una síntesis grupal de conclusiones y recomendaciones para el uso de cada método.

Organización: Grupos grandes (dos equipos)

Producto esperado: Presentación oral y resumen escrito de conclusiones.

Duración estimada: 60 minutos

Evaluación

Evaluación diagnóstica

Qué se evalúa: Conocimientos previos sobre sistemas de ecuaciones lineales y métodos básicos.

Cómo se evalúa: Preguntas cortas y ejercicios simples para identificar comprensión inicial.

Instrumento sugerido: Cuestionario escrito o prueba corta al inicio de la unidad.

Evaluación formativa

Qué se evalúa: Progreso en la identificación, clasificación y resolución de sistemas usando métodos de sustitución e igualación, así como la capacidad de análisis comparativo.

Cómo se evalúa: Revisión y retroalimentación de actividades prácticas (resolución de sistemas, análisis y debates).

Instrumento sugerido: Rúbricas para actividades prácticas, observación directa y retroalimentación escrita.

Evaluación sumativa

Qué se evalúa: Dominio integral de los objetivos: identificación y clasificación de sistemas, aplicación correcta de métodos de sustitución e igualación, y análisis comparativo de métodos.

Cómo se evalúa: Examen escrito con problemas para resolver, preguntas teóricas y análisis de casos.

Instrumento sugerido: Examen parcial o final con ejercicios prácticos y preguntas de desarrollo.

Unidad 5: Método de eliminación y matrices

Objetivos de Aprendizaje

- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de aplicar el método de eliminación para resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos o más variables, verificando la consistencia y solución del sistema.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de identificar y utilizar la notación matricial para representar sistemas de ecuaciones lineales, facilitando su análisis y resolución.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de realizar operaciones básicas con matrices (suma, resta, multiplicación) bajo condiciones específicas para manipular y simplificar sistemas algebraicos.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de interpretar la relación entre el método de eliminación y las operaciones matriciales para resolver sistemas lineales, aplicando técnicas algebraicas en problemas de ingeniería.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de analizar y verificar soluciones de sistemas de ecuaciones lineales mediante matrices, asegurando la precisión en la modelación de problemas reales.

Contenidos Temáticos

Método de eliminación para sistemas de ecuaciones lineales

- Concepto y definición del método de eliminación: explicación del procedimiento para eliminar variables y simplificar sistemas.
- Aplicación paso a paso en sistemas con dos variables: ejemplos prácticos para resolver sistemas sencillos.
- Extensión a sistemas con tres o más variables: estrategias para eliminar variables en sistemas más complejos.
- Verificación de consistencia de sistemas: identificación de sistemas compatibles, incompatibles y determinados.
- Interpretación geométrica del método de eliminación: visualización gráfica de soluciones y tipos de sistemas.

Introducción a matrices y notación matricial

- Definición de matriz y tipos de matrices: matrices cuadradas, rectangulares, nulas y diagonales.
- Notación matricial para sistemas de ecuaciones lineales: representación de sistemas como $AX = B$.
- Elementos de una matriz: filas, columnas, entradas y dimensiones.
- Matrices especiales en el contexto de sistemas lineales: matriz identidad y matriz inversa.

Operaciones básicas con matrices

- Suma y resta de matrices: condiciones para realizar estas operaciones y ejemplos prácticos.
- Multiplicación de matrices: definición, reglas, y casos donde no es conmutativa.
- Multiplicación de matrices por escalares: propiedades y aplicación en simplificación de sistemas.
- Transposición de matrices: definición y aplicación en el contexto de sistemas lineales.

Relación entre el método de eliminación y las operaciones matriciales

- Equivalencia entre operaciones elementales en filas y el método de eliminación: cómo las operaciones de eliminación se traducen en operaciones matriciales.
- Uso de matrices aumentadas para representar sistemas y aplicar el método de eliminación.
- Transformación de matrices a forma escalonada mediante operaciones elementales.
- Interpretación de resultados y soluciones a partir de la matriz escalonada.

Análisis y verificación de soluciones mediante matrices

- Cálculo de la matriz inversa para resolver sistemas lineales: condiciones y procedimiento.
- Determinantes y su papel en la solución de sistemas: identificación de sistemas con soluciones únicas.
- Verificación de soluciones mediante sustitución matricial.
- Aplicación práctica en problemas de ingeniería: modelación, solución y verificación de sistemas reales.

Actividades

Aplicación práctica del método de eliminación

Objetivo: Aplicar el método de eliminación para resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres variables, verificando la consistencia del sistema.

Descripción:

- Se entregan a los estudiantes varios sistemas de ecuaciones lineales (dos y tres variables).
- Individualmente, resuelven cada sistema aplicando paso a paso el método de eliminación.
- Analizan la consistencia del sistema y discuten si es compatible, incompatible o indeterminado.
- Presentan sus soluciones y el razonamiento utilizado.

Organización: Individual

Producto esperado: Documento con resolución detallada y análisis de cada sistema.

Duración estimada: 90 minutos

Representación matricial de sistemas y operaciones básicas

Objetivo: Identificar y utilizar la notación matricial para representar sistemas, y realizar operaciones básicas con matrices.

Descripción:

- En parejas, los estudiantes reciben sistemas de ecuaciones para convertir a notación matricial.
- Realizan operaciones básicas con las matrices: suma, resta y multiplicación por escalares.
- Resolución de ejercicios donde combinan operaciones para simplificar sistemas.
- Discusión grupal sobre propiedades observadas y su utilidad en la resolución de sistemas.

Organización: Parejas

Producto esperado: Conjunto de matrices resultantes y reporte de propiedades observadas.

Duración estimada: 60 minutos

Ejercicio guiado: Transformación de matrices y método de eliminación

Objetivo: Interpretar la relación entre el método de eliminación y operaciones elementales en matrices para resolver sistemas lineales.

Descripción:

- Se presenta un sistema y su matriz aumentada.
- Guiados por el docente, los estudiantes aplican operaciones elementales para llevar la matriz a forma escalonada.
- Interpretan cada paso en términos del método de eliminación en el sistema original.
- Discuten cómo estas operaciones facilitan la resolución del sistema.

Organización: Grupos pequeños (3-4 estudiantes)

Producto esperado: Registro de operaciones realizadas y explicación de su equivalencia con el método de eliminación.

Duración estimada: 75 minutos

Análisis y verificación de soluciones con matrices inversas

Objetivo: Analizar y verificar soluciones de sistemas mediante cálculo de matriz inversa y sustitución.

Descripción:

- Individualmente, los estudiantes calculan la matriz inversa de matrices cuadradas asociadas a sistemas dados.
- Utilizan la matriz inversa para encontrar la solución del sistema.
- Verifican la solución sustituyendo los valores en la matriz original y la ecuación del sistema.
- Discuten la importancia de la matriz inversa en la resolución y precisión de sistemas de ingeniería.

Organización: Individual

Producto esperado: Informe con cálculos, soluciones y verificación detallada.

Duración estimada: 90 minutos

Evaluación

Evaluación diagnóstica

Qué se evalúa: Conocimientos previos sobre sistemas de ecuaciones lineales y operaciones básicas con matrices.

Cómo se evalúa: Cuestionario breve con preguntas de selección múltiple y resolución de sistemas simples.

Instrumento sugerido: Test en línea o en papel con 10 preguntas, incluyendo problemas para resolver sistemas de dos variables y operaciones básicas con matrices.

Evaluación formativa

Qué se evalúa: Progreso en la aplicación del método de eliminación, notación matricial, operaciones con matrices y comprensión de la relación entre métodos.

Cómo se evalúa: Revisión continua de actividades prácticas, participación en discusiones grupales y ejercicios guiados.

Instrumento sugerido: Rúbrica para evaluar claridad en la resolución de sistemas, precisión en operaciones matriciales y argumentación en análisis de resultados.

Evaluación sumativa

Qué se evalúa: Capacidad para resolver sistemas de ecuaciones lineales mediante método de eliminación y operaciones matriciales, y para analizar y verificar soluciones.

Cómo se evalúa: Examen práctico escrito donde se incluyen problemas para resolver sistemas con el método de eliminación, representación matricial, operaciones con matrices y verificación de soluciones.

Instrumento sugerido: Prueba final con problemas estructurados y preguntas de análisis, con criterios claros para evaluar precisión, procedimiento y razonamiento.

Unidad 6: Operaciones con matrices

Objetivos de Aprendizaje

- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de sumar y restar matrices de dimensiones compatibles, aplicando correctamente las propiedades conmutativas y asociativas en ejercicios prácticos.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de multiplicar matrices utilizando la regla de multiplicación matricial, verificando la compatibilidad de dimensiones y calculando productos de matrices cuadradas y rectangulares.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de transponer matrices de diferentes dimensiones y analizar cómo esta operación afecta sus propiedades y aplicaciones en problemas de ingeniería.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de escalar matrices mediante la multiplicación por un escalar real, evaluando los cambios en los elementos y su impacto en la interpretación de resultados.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de aplicar las operaciones básicas con matrices para resolver problemas algebraicos relacionados con sistemas lineales y modelado en ingeniería industrial.

Contenidos Temáticos

1. Introducción a las matrices y sus operaciones básicas

- Definición y representación de matrices: elementos, filas, columnas y dimensiones.
- Concepto de matrices compatibles para suma y resta.
- Propiedades fundamentales de la suma y resta de matrices: conmutativa y asociativa.

2. Suma y resta de matrices

- Procedimiento para sumar y restar matrices de igual dimensión.
- Ejemplos prácticos con matrices cuadradas y rectangulares.
- Aplicación de propiedades: explicación y ejercicios de uso de conmutatividad y asociatividad en suma y resta.

3. Multiplicación de matrices

- Condición de compatibilidad para multiplicar matrices (dimensiones adecuadas).
- Regla general para el producto matricial: cálculo de elementos en la matriz resultado.
- Diferenciación entre multiplicación por matrices cuadradas y rectangulares.
- Propiedades de la multiplicación: no conmutatividad, asociatividad y distributividad sobre la suma.
- Ejercicios aplicados para reforzar la comprensión y cálculo.

4. Transposición de matrices

- Definición de matriz transpuesta y procedimiento para obtenerla.
- Propiedades de la transposición: $(A^T)^T = A$, $(A + B)^T = A^T + B^T$, $(kA)^T = kA^T$, $(AB)^T = B^T A^T$.
- Implicaciones de la transposición en matrices cuadradas y rectangulares.
- Aplicaciones en ingeniería: interpretación geométrica, cambio de perspectiva en sistemas y procesamiento de datos.

5. Escalamiento de matrices

- Multiplicación de una matriz por un escalar real: procedimiento y resultados.
- Efectos sobre los elementos de la matriz y la interpretación de los cambios.
- Propiedades del escalamiento: distributividad, asociatividad y compatibilidad con suma y multiplicación.
- Ejemplos de escalamiento en problemas de ingeniería industrial, como ajuste de magnitudes y normalización.

6. Aplicaciones de operaciones matriciales en ingeniería industrial

- Resolución de sistemas lineales usando matrices: planteamiento y solución mediante operaciones matriciales.
- Modelado de problemas reales: uso de matrices para representar y resolver problemas de inventarios, producción y logística.
- Casos prácticos donde se combinan suma, multiplicación, transposición y escalamiento para obtener soluciones eficientes.

Actividades

Actividad 1: Suma y resta de matrices con aplicación de propiedades

Objetivo: Desarrollar la habilidad para sumar y restar matrices de dimensiones compatibles aplicando correctamente propiedades conmutativas y asociativas.

Descripción:

- Se entregan conjuntos de matrices cuadradas y rectangulares con dimensiones compatibles para suma y resta.
- Los estudiantes realizan operaciones de suma y resta, anotando cada paso.
- Se les pide comprobar y justificar el uso de la propiedad conmutativa y asociativa en los resultados obtenidos.
- Se discuten ejemplos y contraejemplos en clase para reforzar conceptos.

Organización: Individual.

Producto esperado: Documento con cálculos detallados, justificación de propiedades y conclusiones.

Duración estimada: 1.5 horas.

Actividad 2: Multiplicación de matrices y análisis de compatibilidad dimensional

Objetivo: Aplicar la regla de multiplicación matricial, verificando dimensiones y calculando productos de matrices cuadradas y rectangulares.

Descripción:

- Se presentan pares de matrices con distintas dimensiones, algunas compatibles y otras no.
- Los estudiantes identifican qué pares pueden multiplicarse y justifican la compatibilidad o incompatibilidad.
- Realizan multiplicaciones cuando sea posible, detallando el procedimiento y el resultado.
- Discuten en grupos pequeños las propiedades observadas y resoluciones de problemas planteados.

Organización: Grupos de 3-4 estudiantes.

Producto esperado: Informe grupal con cálculos, análisis de compatibilidad y discusión de propiedades.

Duración estimada: 2 horas.

Actividad 3: Ejercicios de transposición y efectos en propiedades matriciales

Objetivo: Transponer matrices y analizar cómo esta operación afecta sus propiedades y aplicaciones.

Descripción:

- Se asignan matrices de diferentes dimensiones para que los estudiantes calculen su transpuesta.
- Se les solicita comprobar propiedades de la transposición en combinaciones de matrices (suma, producto, escalamiento).
- Se plantean problemas donde deben interpretar el significado del cambio tras la transposición en contextos de ingeniería.

Organización: Individual o en parejas.

Producto esperado: Ejercicios resueltos con justificaciones y breve reflexión escrita sobre aplicaciones.

Duración estimada: 1.5 horas.

Actividad 4: Escalamiento de matrices y aplicación en modelado de sistemas

Objetivo: Escalar matrices mediante multiplicación por escalar real y evaluar el impacto en elementos y resultados.

Descripción:

- Proporcionar matrices y escalares reales para que los estudiantes realicen la operación de escalamiento.
- Comparar matrices originales y escaladas, anotando cambios numéricos y posibles interpretaciones.
- Resolver un problema de modelado sencillo (por ejemplo, ajuste de recursos o normalización) utilizando matrices escaladas.
- Presentar resultados y discutir cómo el escalamiento afecta la solución del problema.

Organización: Parejas.

Producto esperado: Reporte con cálculos, análisis y aplicación práctica resuelta.

Duración estimada: 2 horas.

Actividad 5: Resolución de sistemas lineales aplicando operaciones matriciales

Objetivo: Aplicar operaciones básicas con matrices para resolver sistemas lineales y problemas de modelado en ingeniería industrial.

Descripción:

- Plantear un sistema lineal representativo de un problema de ingeniería industrial.
- Guiar a los estudiantes para expresar el sistema en forma matricial (matriz de coeficientes, vector de incógnitas y vector de términos independientes).
- Resolver el sistema utilizando suma, multiplicación y escalamiento de matrices (por ejemplo, método de eliminación o inversa).
- Analizar la solución y su interpretación en el contexto del problema.

Organización: Grupos de 3 estudiantes.

Producto esperado: Solución completa del sistema con explicación y conclusiones prácticas.

Duración estimada: 2.5 horas.

Evaluación

Evaluación diagnóstica

Qué se evalúa: Conocimientos previos sobre matrices y operaciones básicas (suma, resta, multiplicación).

Cómo se evalúa: Cuestionario breve con ejercicios prácticos y preguntas conceptuales.

Instrumento sugerido: Prueba escrita de diagnóstico (15-20 minutos) al inicio de la unidad.

Evaluación formativa

Qué se evalúa: Desarrollo de habilidades en suma, resta, multiplicación, transposición y escalamiento de matrices durante las actividades.

Cómo se evalúa: Revisión de ejercicios y productos de actividades, observación de participación en discusiones y retroalimentación continua.

Instrumento sugerido: Rúbrica para actividades prácticas, listas de cotejo y preguntas-orales en clase.

Evaluación sumativa

Qué se evalúa: Competencia integral para realizar operaciones matriciales y aplicarlas en problemas de ingeniería industrial.

Cómo se evalúa: Examen escrito con ejercicios que incluyan suma, resta, multiplicación, transposición, escalamiento y aplicación en sistemas lineales.

Instrumento sugerido: Examen final de unidad con problemas resueltos y justificación de procedimientos (duración 2 horas).

Unidad 7: Determinantes y sus propiedades

Objetivos de Aprendizaje

- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de definir y calcular determinantes de matrices cuadradas de orden 2 y 3 utilizando métodos manuales y tecnológicas de apoyo.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de aplicar las propiedades fundamentales de los determinantes para simplificar cálculos y justificar resultados en problemas algebraicos.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de utilizar determinantes para analizar y resolver sistemas de ecuaciones lineales mediante la regla de Cramer en contextos de ingeniería.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de interpretar la relación entre el valor del determinante y la invertibilidad de una matriz dentro de problemas aplicados.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de integrar el conocimiento de determinantes y sus propiedades para modelar y resolver problemas prácticos relacionados con la ingeniería industrial.

Contenidos Temáticos

1. Introducción a los determinantes

- Definición de determinante: concepto y relevancia en álgebra lineal.
- Determinantes de matrices cuadradas: enfoque en orden 2 y 3.
- Interpretación geométrica básica del determinante.

2. Cálculo de determinantes

- Determinante de matriz 2×2 : fórmula y ejemplos prácticos.
- Determinante de matriz 3×3 : regla de Sarrus y desarrollo por cofactores.
- Uso de calculadoras y software (Matlab, GeoGebra, Wolfram Alpha) para el cálculo de determinantes.

3. Propiedades fundamentales de los determinantes

- Propiedad multiplicativa: determinante del producto de matrices.
- Efecto de operaciones elementales sobre filas y columnas en el valor del determinante.

- Determinante de la matriz transpuesta.
- Determinante de matrices triangulares y matrices con filas o columnas iguales.
- Uso de propiedades para simplificar el cálculo de determinantes.

4. Aplicaciones de los determinantes en sistemas lineales

- Relación entre determinante y existencia de soluciones en sistemas de ecuaciones.
- Regla de Cramer: formulación y procedimiento para sistemas 2x2 y 3x3.
- Interpretación práctica de la regla de Cramer en problemas de ingeniería industrial.

5. Determinante e invertibilidad de matrices

- Condición de invertibilidad basada en el valor del determinante.
- Implicaciones del determinante cero o distinto de cero en problemas aplicados.
- Ejemplos de matrices invertibles y no invertibles en contextos ingenieriles.

6. Modelado y resolución de problemas prácticos con determinantes

- Planteamiento de problemas reales en ingeniería industrial que requieren determinantes.
- Uso integrado de cálculo de determinantes, propiedades y regla de Cramer para resolver problemas.
- Análisis y discusión de resultados en base al valor del determinante.

Actividades

Actividad 1: Cálculo manual y con tecnología de determinantes 2x2 y 3x3

Objetivo: Definir y calcular determinantes de matrices cuadradas de orden 2 y 3 utilizando métodos manuales y tecnológicos.

Descripción:

- Se entregan matrices de orden 2 y 3 para que los estudiantes calculen el determinante manualmente usando fórmula y regla de Sarrus.
- Posteriormente, los estudiantes usan software (por ejemplo, GeoGebra o Matlab) para verificar sus resultados.
- Discusión grupal sobre diferencias y ventajas del cálculo manual vs cálculo tecnológico.

Organización: Individual

Producto esperado: Documento con cálculos manuales, capturas o reportes del software y reflexión.

Duración: 1.5 horas

Actividad 2: Uso de propiedades para simplificación y justificación

Objetivo: Aplicar propiedades fundamentales de los determinantes para simplificar cálculos y justificar resultados.

Descripción:

- En parejas, se asignan matrices con características específicas (matrices con filas iguales, matrices triangulares, etc.).
- Los estudiantes deben identificar propiedades aplicables para calcular o simplificar el determinante.
- Explican y justifican sus procedimientos por escrito y oralmente.

Organización: Parejas

Producto esperado: Informe con aplicación de propiedades y justificación.

Duración: 1 hora

Actividad 3: Resolución de sistemas lineales mediante regla de Cramer

Objetivo: Utilizar determinantes para resolver sistemas de ecuaciones lineales en contextos de ingeniería.

Descripción:

- En grupos pequeños, se presentan problemas de sistemas 2x2 y 3x3 relacionados con ingeniería industrial.
- Los estudiantes aplican la regla de Cramer para encontrar soluciones.
- Discuten la interpretación del valor del determinante en el contexto del problema.

Organización: Grupos de 3-4 estudiantes

Producto esperado: Resolución completa del sistema y análisis interpretativo.

Duración: 2 horas

Actividad 4: Modelado de problema práctico integrador con determinantes

Objetivo: Integrar conocimientos para modelar y resolver problemas prácticos relacionados con la ingeniería industrial usando determinantes.

Descripción:

- Cada grupo recibe un caso práctico real (por ejemplo, balance de recursos, análisis de flujos o planificación de producción).
- Formulan el sistema de ecuaciones, calculan determinantes, analizan invertibilidad y resuelven el sistema.
- Preparan una presentación explicando el proceso y la solución, destacando la utilidad del determinante.

Organización: Grupos de 4 estudiantes

Producto esperado: Presentación oral acompañada de informe escrito con el modelo y solución.

Duración: 3 horas (puede dividirse en sesiones)

Evaluación

Evaluación diagnóstica

Qué se evalúa: Conocimientos previos sobre matrices, cálculo básico de determinantes y sistemas lineales.

Cómo se evalúa: Cuestionario corto (preguntas de opción múltiple y problemas sencillos) al inicio de la unidad.

Instrumento sugerido: Prueba escrita o en plataforma digital con preguntas de selección múltiple y problemas de cálculo básico.

Evaluación formativa

Qué se evalúa: Aplicación de métodos de cálculo, uso de propiedades, resolución de sistemas mediante regla de Cramer, y justificación de procedimientos.

Cómo se evalúa: Seguimiento de actividades prácticas (Actividades 1, 2 y 3), retroalimentación continua y revisión de productos parciales.

Instrumento sugerido: Rubrica para evaluación de informes, observación directa, y autoevaluación/reflexión del estudiante.

Evaluación sumativa

Qué se evalúa: Competencia integral para definir, calcular, aplicar propiedades, resolver sistemas con regla de Cramer, interpretar invertibilidad y modelar problemas reales con determinantes.

Cómo se evalúa: Examen escrito y presentación final del proyecto integrador (Actividad 4).

Instrumento sugerido: Examen con problemas teóricos y prácticos; rúbrica para evaluación de presentación y reporte del proyecto.

Unidad 8: Métodos matriciales para sistemas de ecuaciones

Objetivos de Aprendizaje

- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de aplicar la inversa de matrices para resolver sistemas de ecuaciones lineales con matrices cuadradas invertibles, validando la solución mediante la multiplicación matricial.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de analizar y determinar la existencia y unicidad de soluciones de sistemas de ecuaciones lineales utilizando criterios basados en el rango de matrices y propiedades de determinantes.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de construir y manipular matrices asociadas a sistemas de ecuaciones lineales, integrando conceptos de álgebra matricial para modelar problemas de ingeniería industrial.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de resolver sistemas de ecuaciones lineales mediante métodos matriciales, interpretando los resultados en el contexto de problemas aplicados en ingeniería.

Contenidos Temáticos

Métodos Matriciales para Sistemas de Ecuaciones

- **Introducción a los sistemas de ecuaciones lineales y matrices asociadas**

Se abordará la representación matricial de sistemas de ecuaciones lineales, construcción de matrices de coeficientes, vectores de incógnitas y términos independientes, contextualizando en problemas de ingeniería industrial.

- Definición y estructura de un sistema de ecuaciones lineales
- Construcción de la matriz de coeficientes y vectores asociados
- Modelado de problemas de ingeniería mediante sistemas matriciales

• **Inversa de matrices y su aplicación para resolver sistemas**

Se estudiará el concepto de matriz inversa, condiciones para su existencia, métodos para calcularla y su uso para encontrar la solución de sistemas con matrices cuadradas invertibles.

- Definición y propiedades de la matriz inversa
- Condiciones de invertibilidad: matriz cuadrada y determinante no nulo
- Cálculo de la inversa mediante métodos elementales (adjunta, Gauss-Jordan)
- Resolución de sistemas lineales usando la fórmula $x = A^{-1}b$
- Validación de la solución mediante la multiplicación matricial

• **Criterios de existencia y unicidad de soluciones**

Se explicarán criterios basados en el rango de la matriz y propiedades de determinantes para determinar si un sistema tiene solución única, infinitas soluciones o ninguna solución.

- Concepto de rango de una matriz y su cálculo
- Criterio de Rouché-Frobenius para existencia y unicidad
- Interpretación geométrica y algebraica de soluciones múltiples o inexistentes
- Relación entre determinante y solución única

• **Resolución de sistemas lineales mediante métodos matriciales alternativos**

Se explorarán otros métodos matriciales para resolver sistemas lineales, complementando el uso de la inversa, con énfasis en su aplicación práctica en ingeniería.

- Método de eliminación de Gauss y Gauss-Jordan usando matrices
- Uso de matrices escalonadas y reducción para determinar soluciones
- Interpretación y análisis de resultados en contextos reales

• **Interpretación de soluciones en contextos de ingeniería industrial**

Se enfatizará en la interpretación de las soluciones obtenidas, su validez y utilidad práctica en problemas típicos de ingeniería, como optimización, balance de materiales, y sistemas de producción.

- Interpretación física y técnica de las soluciones
- Análisis de sensibilidad y significancia de variables
- Modelos aplicados: casos prácticos y estudio de resultados

Actividades

Actividad 1: Construcción y análisis de matrices para sistemas de ecuaciones

Objetivo: Construir y manipular matrices asociadas a sistemas lineales (Objetivo 3)

Descripción paso a paso:

- Se presenta un problema aplicado en ingeniería industrial (por ejemplo, balance de materiales en una planta).
- El estudiante formula el sistema de ecuaciones lineales correspondiente al problema.
- Construye la matriz de coeficientes, el vector de incógnitas y el vector de términos independientes.
- Analiza la estructura del sistema y discute las posibles soluciones.

Organización: Individual

Producto esperado: Documento con el sistema planteado, matrices construidas y análisis preliminar.

Duración estimada: 60 minutos

Actividad 2: Cálculo de inversa de matrices y resolución de sistemas

Objetivo: Aplicar la inversa de matrices para resolver sistemas y validar la solución (Objetivo 1)

Descripción paso a paso:

- Se entregan sistemas lineales con matriz cuadrada invertible.
- El estudiante calcula la inversa de la matriz de coeficientes usando métodos manuales (adjunta o Gauss-Jordan).
- Resuelve el sistema mediante multiplicación matricial $x = A^{-1}b$.
- Valida la solución multiplicando A por x para verificar que se obtiene b .

Organización: Parejas

Producto esperado: Informe con cálculos detallados y validación de la solución.

Duración estimada: 90 minutos

Actividad 3: Análisis de existencia y unicidad de soluciones usando rangos y determinantes

Objetivo: Analizar la existencia y unicidad de soluciones usando criterios matriciales (Objetivo 2)

Descripción paso a paso:

- Se proporcionan varios sistemas con diferentes características (solución única, infinitas soluciones, sin solución).
- El estudiante calcula rangos de matriz de coeficientes y matriz ampliada.
- Determina el tipo de solución según el criterio de Rouché-Frobenius.
- Discute el significado del determinante en cada caso.

Organización: Grupos pequeños (3-4 estudiantes)

Producto esperado: Presentación corta con análisis de cada sistema y conclusiones.

Duración estimada: 90 minutos

Actividad 4: Resolución e interpretación de sistemas en un caso aplicado de ingeniería

Objetivo: Resolver sistemas mediante métodos matriciales e interpretar resultados en ingeniería (Objetivo 4)

Descripción paso a paso:

- Se presenta un problema real o simulado típico de ingeniería industrial (por ejemplo, optimización de recursos).

- El estudiante formula el sistema de ecuaciones y lo resuelve por métodos matriciales (inversa, Gauss-Jordan).
- Interpreta los resultados en el contexto del problema, identificando variables relevantes y posibles restricciones.
- Realiza recomendaciones basadas en los resultados obtenidos.

Organización: Grupos

Producto esperado: Reporte escrito con el planteamiento, solución y análisis interpretativo.

Duración estimada: 2 horas

Evaluación

Evaluación diagnóstica

Qué se evalúa: Conocimientos previos sobre sistemas de ecuaciones lineales y operaciones básicas con matrices.

Cómo se evalúa: Cuestionario rápido con preguntas conceptuales y problemas simples de construcción de matrices y resolución básica.

Instrumento sugerido: Prueba escrita o plataforma digital con preguntas de opción múltiple y ejercicios cortos.

Evaluación formativa

Qué se evalúa: Progreso en la construcción y resolución de sistemas matriciales, aplicación de la inversa, análisis de existencia y unicidad.

Cómo se evalúa: Revisión y retroalimentación continua de las actividades prácticas, participación en discusiones grupales y entrega de productos parciales.

Instrumento sugerido: Lista de cotejo para actividades, observación directa y retroalimentación escrita.

Evaluación sumativa

Qué se evalúa: Dominio integral de la unidad: construcción, resolución, análisis de sistemas y aplicación en contexto de ingeniería.

Cómo se evalúa: Examen escrito o proyecto final donde se plantee un problema aplicado, se construya y resuelva el sistema por métodos matriciales y se interpreten los resultados.

Instrumento sugerido: Examen con problemas abiertos y/o proyecto con rúbrica detallada que contemple precisión matemática, análisis y comunicación.

Unidad 9: Aplicaciones de álgebra en problemas de ingeniería

Objetivos de Aprendizaje

- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de modelar problemas prácticos de ingeniería industrial mediante la formulación de sistemas de ecuaciones lineales, aplicando métodos algebraicos para su resolución.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de interpretar y utilizar matrices y determinantes para analizar y resolver problemas estructurales y de optimización en ingeniería industrial.

- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de aplicar técnicas de factorización y teoremas fundamentales del álgebra para simplificar y resolver ecuaciones polinómicas surgidas en contextos de ingeniería.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de integrar conceptos de números reales y complejos para modelar y resolver situaciones prácticas en la ingeniería industrial, evaluando la viabilidad de las soluciones obtenidas.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de comunicar de manera clara y precisa los procesos algebraicos utilizados en la modelación y solución de problemas de ingeniería, justificando cada paso con fundamentos matemáticos.

Contenidos Temáticos

1. Modelación de problemas prácticos mediante sistemas de ecuaciones lineales

- Introducción a los sistemas de ecuaciones lineales en ingeniería industrial: definición y relevancia
- Formulación de modelos algebraicos a partir de problemas reales: inventarios, balances de materiales, costos y recursos
- Métodos algebraicos para la resolución: sustitución, igualación, método gráfico y método de eliminación
- Interpretación de soluciones: consistencia, número de soluciones y significado físico en ingeniería

2. Uso de matrices y determinantes en problemas estructurales y de optimización

- Representación matricial de sistemas lineales: matriz de coeficientes, vector de variables y vector de términos independientes
- Operaciones con matrices: suma, producto, inversa y transpuesta
- Determinantes: cálculo y propiedades relevantes para la solución de sistemas
- Aplicación de matrices y determinantes para modelar problemas estructurales: análisis de fuerzas, equilibrio y estabilidad
- Aplicación en problemas de optimización: programación lineal y análisis de restricciones
- Uso del método de Gauss-Jordan y regla de Cramer para la resolución de sistemas

3. Técnicas de factorización y teoremas fundamentales para resolver ecuaciones polinómicas

- Revisión de ecuaciones polinómicas y su aparición en ingeniería
- Teoremas fundamentales del álgebra aplicados: teorema del factor, teorema de Ruffini, teorema del resto
- Factores y raíces: factorización por agrupación, división sintética y factorización completa
- Resolución práctica de ecuaciones polinómicas de grado superior a dos
- Interpretación de raíces múltiples y su impacto en soluciones de ingeniería

4. Integración de números reales y complejos en la modelación y resolución

- Conceptos básicos de números reales y complejos: definición y propiedades
- Representación gráfica y algebraica de números complejos

- Operaciones con números complejos: suma, resta, multiplicación, división y conjugados
- Aplicaciones de números complejos en ingeniería industrial: análisis de circuitos, vibraciones y sistemas dinámicos
- Evaluación de la viabilidad de soluciones reales y complejas en contextos prácticos

5. Comunicación y justificación de procesos algebraicos en problemas de ingeniería

- Estrategias para la presentación clara y ordenada de soluciones matemáticas
- Justificación paso a paso con fundamentos matemáticos: explicación y argumentación
- Uso de notación formal y lenguaje técnico apropiado para ingeniería
- Elaboración de informes y presentaciones que integren modelación y resultados algebraicos
- Revisión crítica y autoevaluación de procesos y resultados

Actividades

Actividad 1: Modelación y resolución de un sistema de ecuaciones lineales aplicado a inventarios

Objetivo: Modelar problemas prácticos mediante sistemas de ecuaciones lineales y aplicar métodos algebraicos para su resolución.

Descripción:

- Se presenta un caso real de gestión de inventarios en una planta industrial con varios productos y recursos limitados.
- Los estudiantes identifican variables, parámetros y restricciones para formular el sistema de ecuaciones.
- Resuelven el sistema usando métodos algebraicos (sustitución, eliminación o método gráfico).
- Interpretan las soluciones en términos del problema planteado y discuten su viabilidad.

Organización: Grupos de 3-4 estudiantes

Producto esperado: Documento escrito con formulación, resolución y análisis de resultados.

Duración estimada: 2 horas

Actividad 2: Análisis y resolución de sistemas mediante matrices y determinantes

Objetivo: Interpretar y utilizar matrices y determinantes para resolver problemas estructurales y de optimización.

Descripción:

- Se entrega un problema de equilibrio estructural con fuerzas y momentos que se modela con un sistema lineal.
- Los estudiantes representan el sistema en forma matricial.
- Calculan determinantes y aplican la regla de Cramer o método de Gauss-Jordan para resolver.
- Discuten la interpretación física y la relevancia de la solución obtenida.

Organización: Parejas

Producto esperado: Informe con matriz, cálculo de determinantes, solución y análisis.

Duración estimada: 1.5 horas

Actividad 3: Factorización y resolución de ecuaciones polinómicas en ingeniería

Objetivo: Aplicar técnicas de factorización y teoremas fundamentales para simplificar y resolver ecuaciones polinómicas.

Descripción:

- Se plantean ecuaciones polinómicas surgidas en problemas de optimización y diseño.
- Los estudiantes aplican factorización, teoremas del álgebra y métodos de división sintética para encontrar raíces.
- Analizan la multiplicidad y naturaleza de las raíces y su significado práctico.

Organización: Individual

Producto esperado: Resolución detallada con justificación matemática.

Duración estimada: 1.5 horas

Actividad 4: Aplicación de números complejos en sistemas dinámicos de ingeniería

Objetivo: Integrar conceptos de números reales y complejos para modelar y resolver situaciones prácticas, evaluando solución viable.

Descripción:

- Se presenta un problema de análisis de vibraciones con soluciones complejas.
- Los estudiantes realizan operaciones con números complejos y representan gráficamente resultados.
- Discuten la interpretación y viabilidad de las soluciones en el contexto del problema.
- Elaboran una breve presentación explicando el proceso y conclusiones.

Organización: Grupos de 3 estudiantes

Producto esperado: Presentación oral y reporte escrito con análisis y justificación.

Duración estimada: 2 horas

Evaluación

Evaluación diagnóstica

Qué se evalúa: Conocimientos previos sobre sistemas de ecuaciones, matrices, factorización y números complejos.

Cómo se evalúa: Cuestionario de opción múltiple y problemas cortos para resolver.

Instrumento sugerido: Test inicial digital o en papel con 10 preguntas, aplicable en 30 minutos.

Evaluación formativa

Qué se evalúa: Progreso en la formulación, resolución y análisis de problemas algebraicos aplicados.

Cómo se evalúa: Revisión y retroalimentación de actividades prácticas, participación en discusiones y presentación de informes.

Instrumento sugerido: Rúbrica de evaluación para informes y presentaciones, observación directa y autoevaluación.

Evaluación sumativa

Qué se evalúa: Capacidad integral para modelar, resolver y comunicar soluciones algebraicas en problemas reales de ingeniería industrial.

Cómo se evalúa: Examen teórico-práctico que incluye formulación de sistemas, uso de matrices, factorización y números complejos, además de un informe escrito que justifique el proceso.

Instrumento sugerido: Examen parcial con problemas a resolver y un caso de estudio para análisis escrito; duración aproximada 2 horas.

Unidad 10: Repaso integral y proyecto aplicado

Objetivos de Aprendizaje

- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de integrar conceptos clave de álgebra y sistemas numéricos para resolver problemas complejos en contextos de física e ingeniería, mediante la elaboración de un proyecto aplicado.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de analizar y sintetizar métodos de resolución de ecuaciones polinómicas y sistemas lineales para diseñar soluciones prácticas en el proyecto integrador.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de aplicar técnicas matriciales y propiedades de determinantes para modelar y resolver situaciones planteadas en el proyecto interdisciplinario.
- Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de evaluar y presentar resultados del proyecto aplicado, justificando la utilización de herramientas algebraicas en la resolución de problemas de física y matemática aplicada.

Contenidos Temáticos

1. Repaso integral de conceptos clave de álgebra y sistemas numéricos

- Revisión de sistemas numéricos: naturales, enteros, racionales, reales y complejos. Propiedades y operaciones básicas.
- Conceptos fundamentales de álgebra: expresiones algebraicas, factorización, simplificación y manipulación.
- Ecuaciones y desigualdades: lineales, cuadráticas y polinómicas superiores. Métodos de solución y análisis de soluciones.
- Sistemas de ecuaciones lineales: métodos de sustitución, igualación, reducción y uso de matrices.

2. Métodos avanzados para la resolución de ecuaciones polinómicas y sistemas lineales

- Teorema del factor y raíces de polinomios: técnicas de factorización y uso en resolución de ecuaciones.
- Resolución numérica de ecuaciones polinómicas: métodos de aproximación y uso de software.
- Análisis y solución de sistemas lineales con múltiples variables: interpretación geométrica y algebraica.
- Resolución de sistemas lineales mediante técnicas matriciales: métodos de Gauss, Gauss-Jordan y determinantes.

3. Aplicación de técnicas matriciales y propiedades de determinantes en modelado y resolución de problemas

- Introducción a matrices: tipos, operaciones básicas y sus propiedades.
- Determinantes: definición, propiedades y cálculo para matrices 2×2 y 3×3 .
- Uso de matrices inversas y determinantes para resolver sistemas de ecuaciones lineales.
- Modelado de problemas interdisciplinarios con álgebra matricial: casos prácticos en física e ingeniería.

4. Diseño y desarrollo del proyecto aplicado interdisciplinario

- Selección y planteamiento del problema integrador que involucre álgebra, física y matemática aplicada.
- Desarrollo del modelo algebraico-matemático para la solución del problema.
- Implementación de técnicas y métodos aprendidos para resolver el problema planteado.
- Evaluación crítica de resultados y validación del modelo y soluciones.

5. Presentación y justificación de resultados del proyecto aplicado

- Elaboración de informe técnico que incluya metodología, desarrollo, resultados y conclusiones.
- Preparación de presentación oral y visual para comunicar hallazgos y aplicaciones.
- Justificación del uso de herramientas algebraicas en la resolución de problemas interdisciplinarios.
- Discusión y retroalimentación grupal para fortalecer el aprendizaje y aplicación práctica.

Actividades

Actividad 1: Resolución colaborativa de problemas complejos con álgebra y sistemas numéricos

Objetivo: Integrar conceptos clave de álgebra y sistemas numéricos para resolver problemas complejos en contextos de física e ingeniería.

Descripción paso a paso:

- Formar grupos de 3-4 estudiantes.
- Asignar a cada grupo un conjunto de problemas que requieran aplicar álgebra y sistemas numéricos para su resolución.
- Los grupos discuten y aplican métodos para resolver cada problema, documentando sus procedimientos.
- Presentan sus soluciones al resto del grupo, explicando el razonamiento y técnicas utilizadas.

Organización: Grupos

Producto esperado: Informe grupal con soluciones detalladas y presentación oral breve.

Duración estimada: 2 horas

Actividad 2: Taller de resolución de ecuaciones polinómicas y sistemas lineales aplicados

Objetivo: Analizar y sintetizar métodos de resolución de ecuaciones polinómicas y sistemas lineales para diseñar soluciones prácticas.

Descripción paso a paso:

- Presentación breve sobre métodos de resolución de ecuaciones y sistemas.
- Ejercicios prácticos individuales para resolver ecuaciones polinómicas y sistemas lineales utilizando diferentes métodos.
- Discusión en parejas sobre las ventajas y limitaciones de cada método aplicado.
- Retroalimentación del docente sobre los procedimientos y resultados.

Organización: Individual y parejas

Producto esperado: Soluciones escritas y comparativas de métodos.

Duración estimada: 1.5 horas

Actividad 3: Modelado y solución matricial de problemas interdisciplinarios

Objetivo: Aplicar técnicas matriciales y propiedades de determinantes para modelar y resolver situaciones planteadas en el proyecto interdisciplinario.

Descripción paso a paso:

- Explicar conceptos y propiedades clave de matrices y determinantes.
- Presentar un problema interdisciplinario para modelar mediante matrices.
- En grupos, construir el modelo matricial y aplicar técnicas para resolver el problema.
- Comparar resultados y validar soluciones con ejemplos numéricos.

Organización: Grupos

Producto esperado: Documento con modelo, procedimiento y solución matricial.

Duración estimada: 2 horas

Actividad 4: Desarrollo y presentación del proyecto aplicado interdisciplinario

Objetivo: Evaluar y presentar resultados del proyecto aplicado, justificando la utilización de herramientas algebraicas.

Descripción paso a paso:

- Formar grupos para seleccionar un problema real o planteado, integrando álgebra, física y matemática aplicada.
- Diseñar y desarrollar el modelo algebraico para resolver el problema.
- Elaborar un informe técnico que incluya metodología, desarrollo, resultados y conclusiones.
- Preparar una presentación oral apoyada con material visual.
- Presentar el proyecto ante el grupo y docente, seguido de sesión de preguntas y retroalimentación.

Organización: Grupos

Producto esperado: Informe técnico y presentación oral con soporte visual.

Duración estimada: 4 horas (puede distribuirse en varias sesiones)

Evaluación

Evaluación diagnóstica

Qué se evalúa: Conocimientos previos sobre álgebra básica, sistemas numéricos y resolución de ecuaciones.

Cómo se evalúa: Cuestionario escrito corto con preguntas de opción múltiple y problemas sencillos.

Instrumento sugerido: Prueba diagnóstica en formato digital o papel al inicio de la unidad.

Evaluación formativa

Qué se evalúa: Progreso en la aplicación de métodos de resolución, modelado matricial y trabajo colaborativo.

Cómo se evalúa: Revisión continua de actividades prácticas, participación en discusiones y entrega de avances parciales.

Instrumento sugerido: Rúbricas para actividades grupales e individuales, listas de cotejo y observación directa.

Evaluación sumativa

Qué se evalúa: Integración y aplicación de conceptos en el proyecto aplicado, calidad del informe y presentación, justificación del uso de herramientas algebraicas.

Cómo se evalúa: Evaluación del proyecto final mediante rúbrica que contemple modelado, solución, análisis de resultados y presentación.

Instrumento sugerido: Rúbrica detallada para informe técnico y presentación oral, con criterios de contenido, análisis, claridad y argumentación.